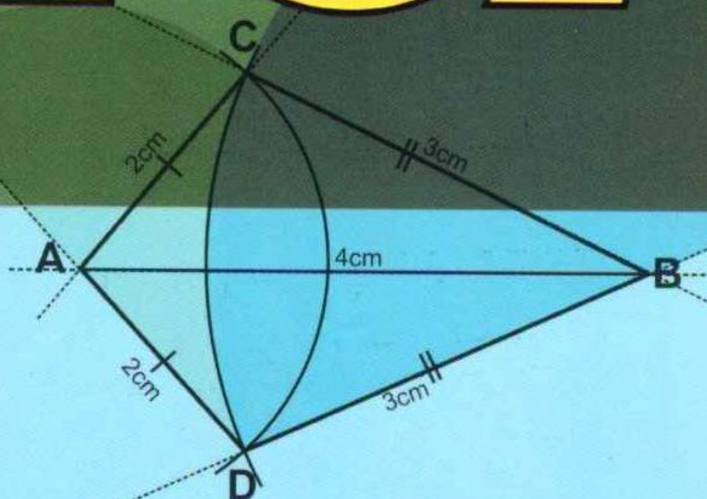
LÊ NHỨT - HUỲNH ĐỊNH TƯỜNG

GIẢI BÀI TẬP TOÁN 7





TẬP HAI



NHÀ XUẤT BẢN ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI

LÊ NHỨT - HUỲNH ĐỊNH TƯỜNG

Giải bài tập
TOÁN 7

Tập hai



NHÀ XUẤT BẢN
ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI

Đơn vị liên kết :
Công ty Sách hoa hồng

Lời nói đầu

Theo tinh thần đổi mới phương pháp dạy và học hiện nay, chúng tôi biên soạn quyển sách này theo cấu trúc như sau:

• ***Tóm tắt lí thuyết***: *Giúp học sinh nắm vững và củng cố kiến thức cơ bản bài học.*

• ***Hệ thống bài tập***: *Giúp học sinh vận dụng và rèn luyện kĩ năng tư duy toán học.*

• ***Bài tập nâng cao và câu hỏi trắc nghiệm***: *Giúp học sinh làm quen với cách vận dụng kiến thức toán đã học để giải quyết tốt các dạng bài tập tự luận hay trắc nghiệm thường gặp trong các kì kiểm tra, thi cử.*

Quý phụ huynh có thể tham khảo quyển sách này để giúp đỡ, kiểm tra việc ôn tập ở nhà của con em mình. Quý thầy cô có thể xem đây như là tài liệu tham khảo thêm.

Chúng tôi mong đón nhận ý kiến xây dựng từ quý độc giả.

NHÓM BIÊN SOẠN

PHẦN ĐẠI SỐ

Chương III. THỐNG KÊ

§1. THU THẬP SỐ LIỆU THỐNG KÊ - TẦN SỐ

I. KIẾN THỨC CƠ BẢN

1. Thu thập số liệu thống kê:
   - Các số liệu thu thập được khi điều tra về một dấu hiệu gọi là số liệu thống kê. Mỗi số liệu là một giá trị của dấu hiệu.
   - Số tất cả các giá trị của dấu hiệu bằng số các đơn vị điều tra.
2. Tần số của mỗi giá trị:

   Số lần xuất hiện của một giá trị trong dãy giá trị của dấu hiệu là tần số của giá trị đó.

II. BÀI TẬP SÁCH GIÁO KHOA

1. Lập bảng số liệu ban đầu cho một cuộc điều tra nhỏ về một dấu hiệu mà em quan tâm (điểm một bài kiểm tra của mỗi em trong lớp, số bạn nghỉ học trong một ngày của mỗi lớp trong trường, số con trong từng gia đình sống gần nhà em...)
2. Hàng ngày bạn An thử ghi lại thời gian cần thiết để đi từ nhà đến trường và thực hiện điều đó trong 10 ngày. Kết quả thu được như sau:

Thứ tự (ngày)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Thời gian (phút)	21	18	17	20	19	18	19	20	18	19

   a) Dấu hiệu mà bạn An quan tâm là gì và dấu hiệu đó có tất cả bao nhiêu giá trị?

   b) Có bao nhiêu giá trị khác nhau trong dãy giá trị của dấu hiệu đó?

   c) Viết các giá trị khác nhau của dấu hiệu và tìm tần số của chúng.

3. Thời gian chạy 50 mét của các em học sinh trong một lớp 7 được thầy giáo thể dục ghi lại trong hai bảng dưới đây:

Số thứ tự của học sinh nam	Thời gian (giây)
1	8,3
2	8,5
3	8,5
4	8,7
5	8,5
6	8,7
7	8,3
8	8,7
9	8,5
10	8,4
11	8,5
12	8,4
13	8,5
14	8,8
15	8,8
16	8,5
17	8,7
18	8,7
19	8,5
20	8,4

Số thứ tự của học sinh nữ	Thời giam (giây)
1	9,2
2	8,7
3	9,2
4	8,7
5	9,0
6	9,0
7	9,0
8	8,7
9	9,2
10	9,2
11	9,2
12	9,0
13	9,3
14	9,2
15	9,3
16	9,3
17	9,3
18	9,0
19	9,2
20	9,3

Hãy cho biết:

a) Dấu hiệu chung cần tìm hiểu (ở cả hai bảng).

b) Số các giá trị của dấu hiệu và số các giá trị khác nhau của dấu hiệu (đối với từng bảng).

c) Các giá trị khác nhau của dấu hiệu và tần số của chúng (đối với từng bảng).

4. Chọn 30 hộp chè một cách tùy ý trong kho của một cửa hàng và đem cân, kết quả được ghi lại trong bảng dưới đây (sau khi đã trừ khối lượng của vỏ):

Khối lượng từng hộp chè (tính bằng gam)		
100	100	101
100	101	100
98	100	100
98	102	98
99	99	102
100	101	101
100	100	100
102	100	100
100	100	99
100	99	100

Hãy cho biết:

a) Dấu hiệu cần tìm hiểu và số các giá trị của dấu hiệu đó

b) Số các giá trị khác nhau của dấu hiệu

c) Các giá trị khác nhau của dấu hiệu và tần số của chúng.

Giải

1. Học sinh tự cho một ví dụ:

Ví dụ: Lớp 7A có 45 học sinh, trong lần kiểm tra học kì I vừa qua, số điểm của bài kiểm tra môn toán như sau:

Có	5 bài	10 điểm	7 bài	9 điểm
	4 bài	8 điểm	6 bài	7 điểm
	7 bài	6 điểm	10 bài	5 điểm
	6 bài	4 điểm		

2. a) Dấu hiệu mà bạn An quan tâm là: "Thời gian cần thiết để đi từ nhà đến trường". Dấu hiệu đó có 10 giá trị.

b) Có 5 giá trị khác nhau trong dãy các giá trị của dấu hiệu.

c) Các giá trị khác nhau đó là: 21; 20; 19; 18; 17

- Giá trị 21 (phút) có tần số là 1
- Giá trị 20 (phút) có tần số là 2
- Giá trị 19 (phút) có tần số là 3
- Giá trị 18 (phút) có tần số là 3
- Giá trị 17 (phút) có tần số là 1

3. a) Dấu hiệu cần tìm là: "Thời gian chạy 50 mét" của mỗi học sinh.

b) - Bảng 5 có 20 giá trị của dấu hiệu và có 5 giá trị khác nhau.
- Bảng 6 có 20 giá trị của dấu hiệu và có 4 giá trị khác nhau.

c) - Các giá trị khác nhau của bảng 5 là: 8,3; 8,4; 8,5; 8,7; 8,8 và tần số ứng với mỗi giá trị đó lần lượt là 2; 3; 8; 5; 2.
- Các giá trị khác nhau của bảng 6 là: 8,7; 9,0; 9,2; 9,3 và tần số ứng với mỗi giá trị đó lần lượt là: 3; 5; 7; 5

4. a) Dấu hiệu cần tìm hiểu là: "Trọng lượng của từng hộp chè".

Tất cả có 30 giá trị của dấu hiệu.

b) Có 5 giá trị khác nhau của dấu hiệu.

c) Các giá trị khác nhau đó là: 98; 99; 100; 101; 102 và tần số ứng với mỗi giá trị lần lượt là: 3; 4; 16; 4; 3.

§2. BẢNG "TẦN SỐ" CÁC GIÁ TRỊ CỦA DẤU HIỆU

I. KIẾN THỨC CƠ BẢN

1. Bảng "tần số" hay bảng "Phân phối thực nghiệm"

Từ bảng số liệu thống kê ban đầu có thể lập bảng "tần số" hay "bảng phân phối thực nghiệm của dấu hiệu".

Ta có thể lập bảng theo dòng hoặc theo cột.

Giá trị (x)	x_1	x_2	x_3	...	x_n	
Tần số (n)	B_1	B_2	B_3	...	B_n	N

Giá trị (x)	Tần số (n)
x_1	B_1
x_2	B_2
x_3	B_3
...	...
x_n	B_n
	N =

2. Công dụng: Bảng "tần số" giúp người điều tra dễ có những nhận xét chung về sự phân phối các giá trị của dấu hiệu và tiện lợi cho việc tính toán sau này.

II. BÀI TẬP SÁCH GIÁO KHOA

5. Trò chơi toán học: Thống kê ngày, tháng, năm sinh của các bạn trong lớp và những bạn có cùng tháng sinh thì xếp thành một nhóm. Điền kết quả thu được theo mẫu bảng sau:

Tháng	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
Tần số (n)													N =

6. Kết quả điều tra về số con của 30 hộ thuộc một thôn được cho trong bảng sau:

2	2	2	2	2	3	2	1	0	2
2	4	2	3	2	1	3	2	2	2
2	4	1	0	3	2	2	2	3	1

a) Dấu hiệu cần tìm hiểu ở đây là gì? Từ đó tập bảng "Tần số".

b) Hãy nêu một số nhận xét từ bảng trên về số con của 30 gia đình trong thôn (số con của các gia đình trong thôn chủ yếu thuộc vào khoảng nào? Số gia đình đông con, tức có 3 con trở lên chỉ chiếm một tỉ lệ bao nhiêu?)

7. Tuổi nghề (tính theo năm) của một số công nhân trong một phân xưởng được ghi lại như sau:

7	2	5	9	7
2	4	4	5	6
7	4	10	2	8
4	3	8	10	4
7	7	5	4	1

a) Dấu hiệu ở đây là gì? Số tất cả các giá trị là bao nhiêu?

b) Lập bảng "tần số" và rút ra một số nhận xét (số các giá trị của dấu hiệu, số các giá trị khác nhau, giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất, giá trị có tần số lớn nhất, các giá trị thuộc vào khoảng nào là chủ yếu).

8. Một xạ thủ thi bắn súng. Số điểm đạt được sau mỗi lần bắn được ghi lại dưới đây:

8	9	10	9	9	10	8	7	9	8
10	7	10	9	8	10	8	9	8	8
8	9	10	10	10	9	9	9	8	7

a) Dấu hiệu ở đây là gì? Xạ thủ đã bắn bao nhiêu phát?

b) Lập bảng "tần số" và rút ra một số nhận xét.

9. Thời gian giải một bài toán của 35 học sinh được ghi trong bảng sau (tính theo phút).

3	10	7	8	10	9	6
4	8	7	8	10	9	5
8	8	6	6	8	8	8
7	6	10	5	8	7	8
8	4	10	5	4	7	9

a) Dấu hiệu ở đây là gì? Số các giá trị là bao nhiêu?

b) Lập bảng "tần số" và rút ra một số nhận xét?

Giải

5. Học sinh tự điều tra và thống kê.

6. a) – Dấu hiệu cần tìm là "Số con của từng gia đình".

– Ta có bảng tần số như sau:

Giá trị (x)	0	1	2	3	4	
Tần số (n)	2	4	17	5	2	N = 30

Nhận xét:

- Số con của các gia đình trong thôn thuộc vào khoảng từ 0 – 4 con, chủ yếu là gia đình có 2 con chiếm $\frac{17}{30}$ = 56,6%.

– Số gia đình có từ 3 con trở lên chiếm $\frac{7}{30} \approx 23,3\%$.

7. a) – Dấu hiệu ở đây là "tuổi nghề" của công nhân trong một phân xưởng.

– Có tất cả 25 giá trị.

b) Lập bảng tần số:

Giá trị (x)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
Tần số (n)	1	3	1	6	3	1	5	2	1	2	N = 25

Nhận xét: Có tất cả 25 giá trị của dấu hiệu, trong đó có 10 giá trị khác nhau; giá trị lớn nhất là 10, giá trị nhỏ nhất là 1; giá trị có tần số lớn nhất là 4, giá trị có tần số nhỏ nhất là 1, 3, 6, 9. Các giá trị thuộc vào khoảng chủ yếu là 2, 4, 5, 7 (năm) có đến 17 công nhân chiếm $\frac{17}{25} = 68\%$ số công nhân trong phân xưởng.

8. a) – Dấu hiệu ở đây là: "Số điểm đạt được" của mỗi lần bắn.

– Xạ thủ bắn 30 phát.

b) – Lập bảng tần số.

Giá trị (x)	7	8	9	10	
Tần số (n)	3	9	10	8	N = 30

Nhận xét: Số điểm đạt được sau mỗi lần bắn của xạ thủ là cao, đa số là điểm 8, 9, 10, riêng điểm 9 và 10 chiếm $\frac{18}{30} = 60\%$ trong số 30 lần bắn.

Đây là một xạ thủ giỏi.

9. a) – Dấu hiệu ở đây là: "Thời gian giải một bài toán" của mỗi học sinh.

– Số các giá trị là 35.

b) Lập bảng tần số:

Giá trị (x)	3	4	5	6	7	8	9	10	
Tần số (n)	1	3	3	4	5	11	3	5	N = 35

Nhận xét: Thời gian giải bài toán của học sinh đa số mất từ 7 – 10 phút (chiếm tỉ lệ $\frac{24}{35} = 68,5\%$ số học sinh), chủ yếu là hết 8 phút (11 học sinh).

Đặc biệt có 4 học sinh lớp này học giỏi môn Toán, các em giải một bài toán chỉ trong thời gian dưới 5 phút.

§3. BIỂU ĐỒ

I. KIẾN THỨC CƠ BẢN

1. Biểu đồ:

Ngoài bảng số liệu thống kê ban đầu, bảng "tần số", người ta còn dùng biểu đồ để cho một hình ảnh cụ thể về giá trị của dấu hiệu và tần số.

Các loại biểu đồ thường gặp là: biểu đồ đoạn thẳng, biểu đồ hình chữ nhật, biểu đồ hình quạt...

2. Tần suất:

- Tỉ số giữa tần số n của giá trị x_i với tần số N các phần tử điều tra được gọi là tần suất f của giá trị đó.
- Tần suất của một giá trị được tính theo công thức:

$$f = \frac{n}{N} \quad \begin{cases} N: \text{số tất cả các giá trị} \\ n: \text{tần số của một giá trị} \\ f: \text{tần suất của giá trị đó} \end{cases}$$

II. BÀI TẬP SÁCH GIÁO KHOA

10. Điểm kiểm tra Toán (học kì I) của học sinh lớp 7C được cho ở bảng dưới đây:

Giá trị (x)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
Tần số (n)	0	0	0	2	8	10	12	7	6	4	1	N = 50

a) Dấu hiệu ở đây là gì? Số các giá trị là bao nhiêu?

b) Biểu diễn bằng biểu đồ đoạn thẳng.

11. Từ bảng "tần số" lập được ở bài tập 6, hãy dựng biểu đồ đoạn thẳng.

12. Nhiệt độ trung bình hàng tháng trong một năm của một địa phương đã ghi lại trong bảng sau (đo bằng độ C):

Tháng	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Nhiệt độ trung bình	18	20	28	30	31	32	31	28	25	18	18	17

a) Hãy lập bảng "tần số".

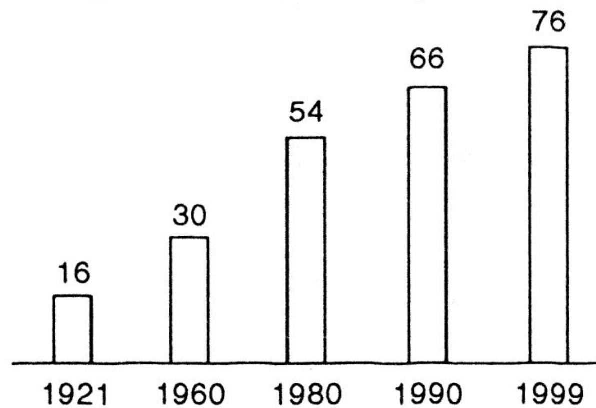
b) Hãy biểu diễn bằng biểu đồ đoạn thẳng.

13. Hãy "quan sát" biểu đồ ở hình 3 (đơn vị các cột là triệu người) và trả lời các câu hỏi:

a) Năm 1921, số dân của nước ta là bao nhiêu?

b) Sau bao nhiêu năm (kể từ năm 1921) thì dân số nước ta tăng thêm 60 triệu người?

c) Từ 1980 đến 1999, dân số nước ta tăng thêm bao nhiêu?



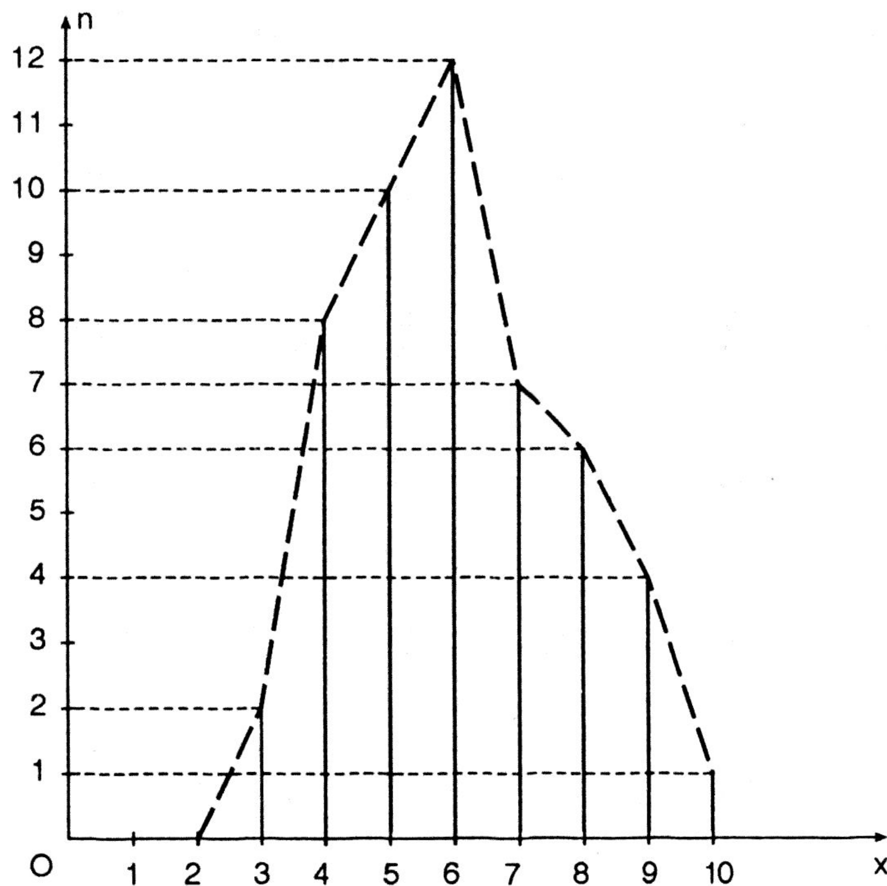
Dân số Việt Nam qua tổng điều tra trong thế kỉ 20.

Giải

10. a) – Dấu hiệu ở đây là: "Điểm kiểm tra toán" học kì I của mỗi học sinh lớp 7C.

– Số các giá trị là n = 50.

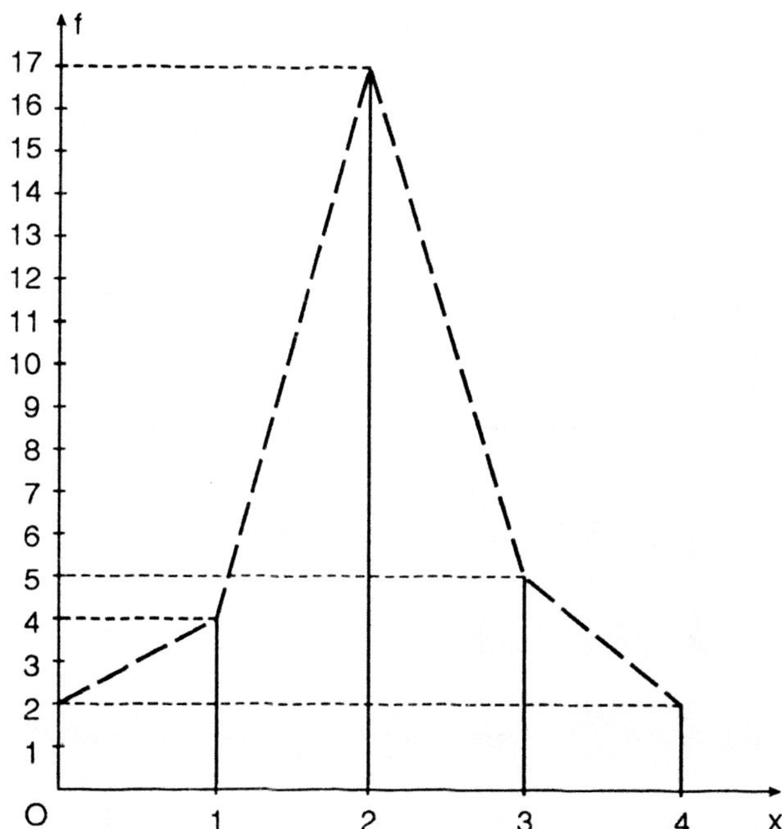
b) Biểu diễn bằng biểu đồ đoạn thẳng.



11. Từ bài tập 6 ta ghi lại bảng "tần số" như sau:

Số con (x)	0	1	2	3	4	
Tần số (n)	2	4	17	5	2	N = 30

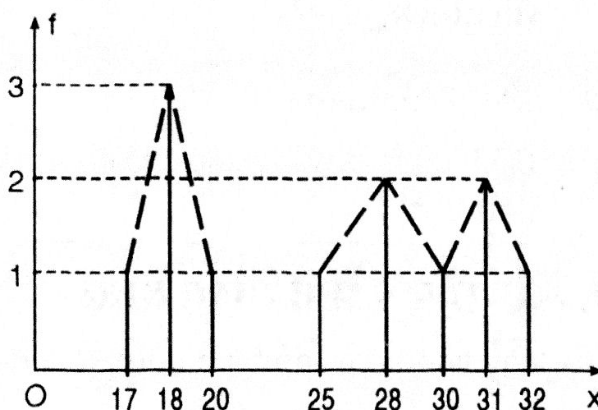
Ta có biểu đồ như sau:



12. a) Lập bảng "Tần số":

Giá trị (x)	17	18	20	25	28	30	31	32	
Tần số (n)	1	3	1	1	2	1	2	1	N = 12

b) Biểu diễn bằng biểu đồ đoạn thẳng (hình bên).



13. a) Năm 1921 dân số nước ta là 16 triệu người.

b) Năm 1999 dân số nước ta là 76 triệu, nghĩa là dân số nước ta tăng thêm 60 triệu sau (1999 – 1921) = 78 năm.

c) Năm 1980 dân số nước ta là 54 triệu và đến năm 1999 dân số nước ta là 76 triệu, nghĩa là từ năm 1980 đến năm 1999 dân số nước ta tăng thêm (76 – 54) = 22 triệu người.

§4. SỐ TRUNG BÌNH CỘNG

I. KIẾN THỨC CƠ BẢN

1. Số trung bình cộng của một dấu hiệu X, kí hiệu $\overline{X}$, là số dùng làm đại diện cho một dấu hiệu khi phân tích hoặc so sánh nó với dấu hiệu cùng loại.

2. Quy tắc tìm số trung bình cộng:

   Số trung bình cộng của một dấu hiệu, được tính từ bảng tần số theo cách sau:

   - Nhân từng giá trị với tần số tương ứng;
   - Cộng tất cả các tích vừa làm được;
   - Chia tổng đó cho số các giá trị (tức tổng các tần số).

   * Tổng quát: Cho bảng tần số:

Giá trị (x)	Tần số (m)	Tích	$\overline{X}$
x_1	m_1	m_1x_1	
x_2	m_2	m_2x_2	
x_3	m_3	m_3x_3	
.	.	.	
.	.	.	
.	.	.	
x_n	m_n	m_nx_n	
$N = m_1 + m_2 + \ldots + m_n$			$\overline{X} =$

   Khi đó: $$\overline{X} = \frac{m_1x_1 + m_2x_2 + m_3x_3 + \ldots + m_nx_n}{N}$$

3. "MỐT của dấu hiệu" là gì?

   MỐT của dấu hiệu là giá trị có tần số lớn nhất trong bảng tần số. Kí hiệu là M_0.

II. BÀI TẬP SÁCH GIÁO KHOA

14. Hãy tính số trung bình cộng của dấu hiệu ở bài tập 9.

15. Để nghiên cứu "tuổi thọ" của một loại bóng đèn, người ta đã chọn tùy ý 50 bóng và bật sáng liên tục cho tới lúc chúng tự tắt. "Tuổi thọ" của các bóng (tính theo giờ) được ghi lại ở bảng dưới đây (làm tròn đến hàng chục).

Tuổi thọ (x)	1150	1160	1170	1180	1190	
Số bóng đèn tương ứng (n)	5	8	12	18	7	N = 50

a) Dấu hiệu cần tìm hiểu ở đây là gì và số các giá trị là bao nhiêu?

b) Tính số trung bình cộng.

c) Tìm mốt của dấu hiệu.

16. Quan sát bảng "tần số" dưới đây và cho biết có nên dùng số trung bình cộng làm "đại diện" cho dấu hiệu không? Vì sao?

Giá trị (x)	2	3	4	90	100	
Tần số (n)	3	2	2	2	1	N = 10

17. Theo dõi thời gian làm một bài toán (tính bằng phút) của 50 học sinh, thầy giáo lập được bảng dưới đây:

Thời gian (x)	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
Tần số (n)	1	3	4	7	8	9	8	5	3	2	N = 50

a) Tính số trung bình cộng.

b) Tìm mốt của dấu hiệu.

18. Đo chiều cao của 100 học sinh lớp 6 và được kết quả theo bảng dưới đây (đơn vị đo: cm)

Chiều cao (sắp xếp theo khoảng)	Tần số
105	1
110 – 120	7
121 – 131	35
132 – 142	45
143 – 153	11
155	1
	N = 100

a) Bảng này có gì khác so với những bảng "tần số" đã biết.

b) Ước tính số trung bình cộng trong trường hợp này.

Hướng dẫn

- Tính số trung bình cộng của từng khoảng. Số đó chính là trung bình cộng của giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của khoảng. Ví dụ: trung bình cộng của khoảng 110 – 120 là 115.
- Nhân các số trung bình vừa tìm được với các tần số tương ứng.
- Thực hiện tiếp các bước theo quy tắc đã học.

19. Số cân nặng (tính bằng kilôgam) của 120 em của một trường mẫu giáo ở thành phố A được ghi lại trong bảng dưới đây:

17	20	20	18	19	19	18,5	21	18,5	21
18	19	18,5	19	19	17	19	20	17,5	21
18	19,5	18	17	19,5	16,5	19	19	17,5	18
18	18,5	17	18,5	16	17	20	19	21,5	19
19,5	18	16,5	17	16,5	17	20	18,5	16	18,5
18,5	16,5	16,5	20	19	17	16,5	19	24	17,5
20	17,5	17,5	19,5	18	18,5	15	17,5	23,5	15
17,5	16,5	18	20	18,5	19	17,5	16	20	28
21	16	19	21	17,5	20	16,5	16	19,5	20
21	16	20	20	17,5	20	18	25	18	20
20	16,5	21	18	18	20,5	17	17	18	17,5
20	21	21	18	19	28	17	18	17,5	17

Hãy tính số trung bình cộng (có thể sử dụng máy tính bỏ túi).

Giải

14. Bảng "tần số" ở bài tập 9 (viết theo cột)

Giá trị (x)	Tần số (n)	Tích
3	1	3
4	3	12
5	3	15
6	4	24
7	5	35
8	11	88
9	3	27
10	5	50
	N = 35	Cộng: 254

Vậy số trung bình cộng $\overline{X}$ là: $\overline{X} = \frac{254}{35} \approx 7,26$

15. a) – Dấu hiệu cần tìm là: "Tuổi thọ" của một loại bóng đèn.

– Có N = 50 giá trị.

b) Số trung bình cộng $\overline{X}$ là:

$$\overline{X} = \frac{1150.5 + 1160.8 + 1170.12 + 1180.18 + 1190.7}{50} \approx 1172,8 \text{ (giờ)}$$

c) Tìm mốt của dấu hiệu: Ta biết mốt là giá trị có tần số lớn nhất trong bảng. Mà tần số lớn nhất trong bảng là 18.

Vậy mốt của dấu hiệu bằng 1180 hay $M_0 = 1180$.

16. Với bảng "Tần số" đã cho, ta thấy không nên dùng số trung bình cộng làm "đại diện" cho dấu hiệu vì các giá trị của dấu hiệu có khoảng cách chênh lệch khá lớn đối với nhau nên số trung bình cộng không thể đại diện cho các giá trị của dấu hiệu đó.

17. a) Ta có:

$$\overline{X} = \frac{3.1 + 4.3 + 5.4 + 6.7 + 7.8 + 8.9 + 9.8 + 10.5 + 11.3 + 12.2}{30}$$

$$= \frac{3 + 12 + 20 + 42 + 56 + 72 + 72 + 50 + 33 + 24}{50} = \frac{384}{50} \approx 7{,}68 \text{ (phút)}$$

b) Ta có tần số lớn nhất trong bảng là 9. Vậy $M_0 = 8$.

18. a) Bảng này có khác so với những bảng "Tần số" đã biết trong bài học và các bài tập đã làm.

Trong bảng này ở chiều cao 105cm có 1 học sinh, 155cm có một học sinh. Còn chiều cao trong khoảng từ 110 – 120cm có 7 học sinh,... như vậy chiều cao của học sinh được ghép thành từng lớp.

Vì vậy, người ta còn gọi bảng trên là "bảng phân phối ghép lớp".

b) Tính giá trị trung bình: Để tìm giá trị trung bình trong trường hợp này ta phải tính thêm GIÁ TRỊ TRUNG TÂM của từng lớp ghép, rồi tính như quy tắc đã học.

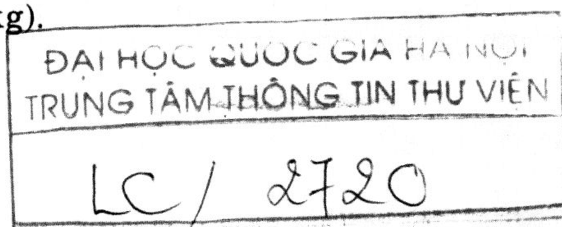
Ta làm như sau:

Chiều cao	Giá trị trung tâm	Tần số	Tích
105	105	1	105
110 – 120	115	7	805
121 – 131	126	35	4410
132 – 142	137	45	6165
143 – 153	148	11	1628
155	155	1	155
		N = 100	13268

Vậy $\overline{X} = \frac{13268}{100} \approx 132{,}68$

(Chiều cao trung bình của 100 học sinh là 132,68cm)

19. $\overline{X} \approx 18{,}7$ (kg).



ÔN TẬP CHƯƠNG III

20. Điều tra năng suất lúa xuân năm 1990 của 31 tỉnh, thành từ Nghệ An tr vào, người điều tra lập được bảng sau.

a) Lập bảng "tần số";

b) Dựng biểu đồ đoạn thẳng;

c) Tính số trung bình cộng.

TT	Tỉnh, thành phố	Năng suất (tạ/ha)	TT	Tỉnh, thành phố	Năng suất (tạ/ha)
1	Nghệ An	30	16	Bình Dương	30
2	Hà Tĩnh	30	17	Đồng Nai	30
3	Quảng Bình	20	18	Bình Thuận	40
4	Quảng Trị	25	19	Bà Rịa-Vũng Tàu	30
5	Thừa Thiên-Huế	35	20	Long An	25
6	Đà Nẵng	45	21	Đồng Tháp	35
7	Quảng Nam	40	22	An Giang	35
8	Quảng Ngãi	40	23	Tiền Giang	45
9	Bình Định	65	24	Vĩnh Long	35
10	Phú Yên	50	25	Bến Tre	35
11	Khánh Hòa	45	26	Kiên Giang	35
12	TP.Hồ Chí Minh	35	27	Cần Thơ	30
13	Lâm Đồng	25	28	Trà Vinh	40
14	Ninh Thuận	45	29	Sóc Trăng	40
15	Tây Ninh	30	30	Bạc Liêu	40
			31	Cà Mau	35

21. Sưu tầm trong sách, báo một biểu đồ (đoạn thẳng, hình chữ nhật hoặ hình quạt) về một vấn đề nào đó và nêu nhận xét.

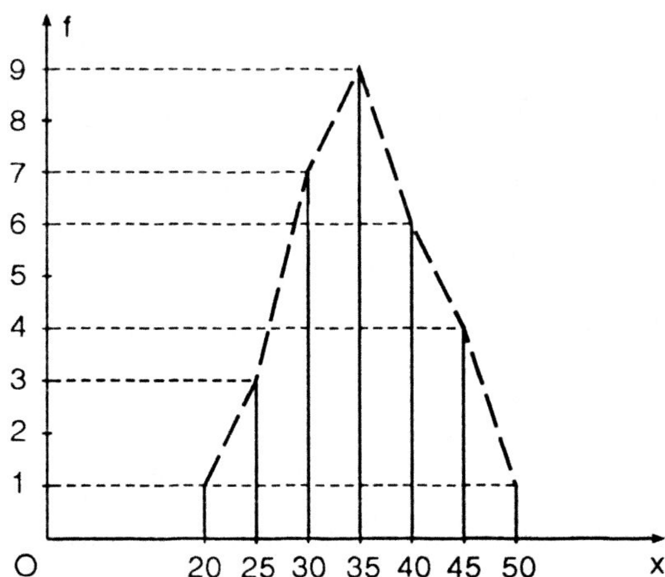
Giải

20. a) Lập bảng "tần số"

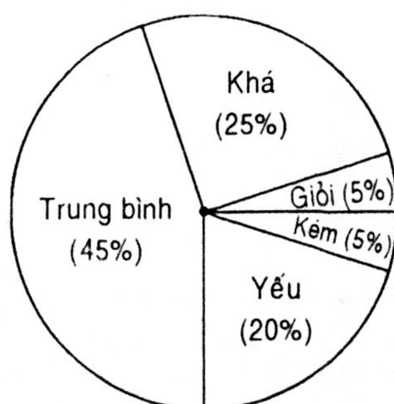
Xem bảng thống kê ta lập được bảng "tần số" như sau:

Năng suất (x)	20	25	30	35	40	45	50	
Tần số (n)	1	3	7	9	6	4	1	N = 31

b) Dựng biểu đồ đoạn thẳng:



1. Ví dụ: Kết quả học tập cuối học kì I của học sinh khối 7 trường X được minh họa bằng biểu đồ hình quạt như sau:



Nhận xét:

- Đa số học sinh khối 7 trường X có trình độ học tập đạt trung bình (45%) cuối học kì I.
- Tỉ lệ học sinh học giỏi còn ít, chiếm 5%.
- Số học sinh yếu kém còn nhiều (20% + 5%) = 25%.

Học sinh khối 7 cần phải cố gắng học tập tốt hơn.

CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM CHƯƠNG III

1. *Chọn câu trả lời đúng.* Cho $X = \frac{5^2}{1.6} + \frac{5^2}{11.6} + \frac{5^2}{11.16} + \frac{5^2}{16.21} + \frac{5^2}{21.26} + \frac{5^2}{26.31}$.

Giá trị của biểu thức X là :

A. $\frac{150}{31}$ B. $\frac{150}{186}$ C. $\frac{30}{31}$ D. $\frac{30}{186}$.

2. *Chọn câu trả lời đúng.* Tổng các số đối của các số : $\frac{2}{3}$; $-\frac{1}{4}$; $-\frac{1}{6}$ là :

A. $\frac{3}{12}$ B. $\frac{-3}{12}$ C. $\frac{5}{12}$ D. $\frac{-5}{12}$.

3. *Chọn câu trả lời đúng.* Cho $M = \frac{1}{101} + \frac{1}{102} + ... + \frac{1}{150}$. Giá trị của biểu thức M là :

A. $m < \frac{1}{4}$ B. $M = \frac{1}{3}$ C. $m > \frac{1}{3}$ D. $n < \frac{1}{3}$.

4. *Chọn câu trả lời đúng.* Cho $X = \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + ... + \frac{1}{100^2}$. Giá trị của X là :

A. $X = \frac{99}{100}$ B. $X < \frac{99}{100}$ C. $X > \frac{99}{100}$ D. $X > 1$.

5. *Chọn câu trả lời đúng.* Cho biểu thức : $Y = \frac{\overline{abab}}{\overline{cdcd}} \cdot \frac{\overline{cdcdcd}}{\overline{ababab}}$. Biểu thức X rút gọn bằng :

A. $\frac{\overline{ab}}{\overline{cd}}$ B. $\frac{\overline{ad}}{ab}$ C. 1 D. $\frac{\overline{abcd}}{\overline{cdab}}$.

6. *Chọn câu trả lời đúng.* $S = \frac{1}{1.3} + \frac{1}{3.5} + ... + \frac{1}{(2n-1)(2n+1)} + ... + \frac{1}{255.257}$

Giá trị của biểu thức S bằng :

A. $\frac{127}{255}$ B. $\frac{128}{255}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{128}{257}$.

7. Nếu $m = \frac{1}{2}.\frac{3}{4}.\frac{5}{6}...\frac{999}{1000}$ và $n = \frac{2}{3}.\frac{3}{4}.\frac{4}{5}...\frac{998}{999}$ thì trong các kết luận sau, kết luận nào đúng ?

A. $m = n$ B. $m < n$ C. $m > n$ D. $m - n = 1$.

8. *Chọn câu trả lời đúng.*

Cho $X = \left(\frac{1}{1.2.3} + \frac{1}{2.3.4} + \frac{1}{3.4.5} + ... + \frac{1}{37.38.39}\right).1428 + 185{,}8$

Giá trị của X là :

A. 1850 B. 1900 C. 1580 D. 1950.

9. *Chọn câu trả lời đúng.* Cho $\frac{(1.2 + 2.3 + 3.4 + ... + 98.99)y}{26950} = 12.\frac{6}{7} : \frac{3}{2}$.

Giá trị của y là :

A. $\frac{7}{5}$ B. $\frac{3}{2}$ C. $\frac{5}{7}$ D. $\frac{2}{3}$.

10. *Chọn câu trả lời đúng.* Tính : $Y = \left(-1\frac{1}{15}\right)\left(-1\frac{1}{16}\right)\left(-1\frac{1}{17}\right)...\left(-1\frac{1}{50}\right)$.

A. $\frac{52}{15}$ B. $-3\frac{2}{5}$ C. $3\frac{2}{5}$ D. $4\frac{2}{5}$.

11. *Chọn câu trả lời đúng.* Cho $X = 1\frac{1}{3}1\frac{1}{8}.1\frac{1}{15}...1\frac{1}{n^2 + 2n}$ (với n = 98).

Giá trị của X là :

A. 198% B. $1.\frac{48}{50}$ C. 199% D. 1,99.

12. *Chọn câu trả lời đúng.* $\frac{3}{5}$ của 13,31 bằng :

A. 7,629 B. 7,962 C. 7,692 D. 7,926.

13. *Chọn câu trả lời đúng.* Biết rằng : $\frac{2}{5}$ của x bằng $\frac{3}{7}$ của –840. Vậy x bằng :

A. –784 B. –369 C. –900 D. –4900.

14. *Chọn câu trả lời đúng.* Tỉ số của hai số a và b bằng 3 : 5. Nếu thêm 5 đơn vị vào số a thì tỉ số của chúng sẽ là 7 : 10. Vậy :

A. a = 50 ; b = 30 B. a = –30 ; b = –50

C. a = 30 ; b = 50 D. a = –50 ; b = –30.

15. *Chọn câu trả lời đúng.* Tỉ số của tuổi con và tuổi mẹ là 37,5%. Tổng số tuổi của hai mẹ con là 44. Vậy :

A. Mẹ 31 tuổi, con 13 tuổi B. Mẹ 32 tuổi, con 12 tuổi

C. Mẹ 30 tuổi, con 14 tuổi D. Mẹ 34 tuổi, con 10 tuổi.

16. *Chọn câu trả lời đúng.* Giá hàng lúc đầu tăng 40%, sau đó lại giảm 40%. Vậy :

A. Giá ban đầu rẻ hơn và rẻ hơn 40% so với giá lúc sau ;

B. Giá ban đầu và giá lúc sau không đổi ;

C. Giá lúc sau giảm và giảm 16% so với giá ban đầu ;

D. Giá lúc sau giảm và giảm 40% so với giá ban đầu.

17. *Chọn câu trả lời đúng.* Cho Y = $\frac{-3535}{1919}+\frac{313131}{383838}$. Giá trị của Y bằng :

A. $\frac{101}{38}$ B. $\frac{39}{38}$ C. $\frac{-39}{38}$ D. $\frac{-101}{38}$.

18. *Chọn câu trả lời đúng.* Cho X = $\left(-\frac{5}{13}+\frac{4}{7}\right):\frac{5}{9}+\left(\frac{3}{7}+\frac{-8}{13}\right):\frac{5}{9}$.

Giá trị của X bằng :

A. $-\frac{18}{5}$ B. 0 C. $\frac{18}{5}$ D. $\frac{5}{18}$.

19. *Chọn câu trả lời đúng.* Tìm x để : $|x + 4,3| - |-2,8| = 0$.

A. x = 1,5 B. x = –1,5

C. x = –7,1 D. x = –1,5 hoặc –7,1.

20. *Chọn câu trả lời đúng.* Cho X = $(2,25 - 5,25) : \left(\frac{2}{9}+\frac{5}{18}\right)$. Giá trị của biểu thức X bằng :

A. –6 B. –1,5 C. 6 D. 1,5.

21. *Chọn câu trả lời đúng.* Tìm giá trị của biểu thức : $\frac{3a^2-3b^2}{4(b-a)(b+a)}$ biết 3a + 2 = 8 và b + 3 = 2 ta được :

A. $\frac{3}{4}$ B. $\frac{1}{4}$ C. $-\frac{3}{4}$ D. 1.

22. *Chọn câu trả lời đúng.* Hãy viết phép nhân sau đây thành dạng một luỹ thừa (–6)(–6)(–6)(–6)(–6)(–6).

A. 6.6 B. -6^6 C. 6^6 D. –6.6.

23. *Chọn câu trả lời đúng.* Cho A = $\frac{(7^3)^5.7^7}{(7^5)^4}$. Biểu thức A bằng :

A. $\frac{1}{7}$ B. 343 C. 7 D. 49.

24. *Chọn câu trả lời đúng.* Biết rằng : $a^n.a = a^{17}$; $b^k : b^2 = b^4$; $(c^3)^m = c^{15}$. Tìm n, k, m ta được :

A. n = 17 ; k = 6 ; m = 5 B. n = 16 ; k = 6 ; m = 5

C. n = 16 ; k = 6 ; m = 12 D. n = 16 ; k = 8 ; m = 5.

25. *Chọn câu trả lời đúng.* Biết rằng : $1^2 + 2^2 + 3^2 + ... + 8^2 + 9^2 = 285$.

Tổng : $3^2 + 6^2 + 9^2 + ... + 24^2 + 27^2$ bằng :

A. 855 B. 1710 C. 2565 D. 1140.

26. *Chọn câu trả lời đúng.* Cho $\dfrac{x}{\dfrac{3}{50}} = \dfrac{\dfrac{2}{3}}{x}$. Hãy tìm x.

A. $x = \dfrac{1}{5}$ B. $x = -\dfrac{1}{5}$ C. $x = \pm\dfrac{1}{50}$ D. $x = \pm\dfrac{1}{5}$.

27. *Chọn câu trả lời đúng.* Cho $\dfrac{a}{b} = \dfrac{c}{d}$ và b ; d ≠ 0. Ta chứng minh được :

A. $\dfrac{ac}{bd} = \dfrac{a+b}{b+d}$ B. $\dfrac{ac}{bd} = \dfrac{a^2+c^2}{3b^2+d^2}$

C. $\dfrac{a+c}{b+d} = \left(\dfrac{a}{b}\right)^2 = \left(\dfrac{c}{d}\right)^2$ D. $\dfrac{ac}{bd} = \dfrac{(a+c)^2}{(b+d)^2}$.

28. *Chọn câu trả lời đúng.* Tìm phân số bằng phân số $\dfrac{3}{7}$, biết tổng của tử và mẫu bằng 120.

A. $\dfrac{30}{70}$ B. $\dfrac{48}{112}$ C. $\dfrac{35}{85}$. D. $\dfrac{36}{84}$.

29. *Chọn câu trả lời đúng.* Cho $X = \sqrt{1+3+5+...+97+99}$. Giá trị của biểu thức X là :

A. 100 B. 50 C. 25 D. 200.

30. Tìm câu phát biểu đúng :

A. Nếu x ∈ ℤ thì x ∈ ℝ B. Nếu x ∈ ℝ thì x ∈ 𝕀

C. Nếu x ∈ 𝕀 thì x ∈ ℚ D. Nếu x ∈ ℚ thì x ∈ 𝕀.

31. *Chọn câu trả lời đúng.* Giá trị của biểu thức ℚ ∩ I là :

A. ℚ B. 𝕀 C. ℝ D. ∅.

32. *Chọn câu trả lời đúng.* Cho : $-8{,}3513 < -835\square 2$. Số trong ô vuông có thể là :

A. 0 ; 1 ; 2 B. 0 ; 1.

C. 0 ; 1 ; 2 ; ... ; 9 D. 1 ; 2 ; ... ; 9.

33. *Chọn câu trả lời đúng.* Cho $A = -3{,}94(-0{,}4).0{,}5.2{,}5.(-2)$. Giá trị biểu thức A bằng :

A. –3,94 B. 3,94 C. 39,4 D. –39,4.

34. *Chọn câu trả lời đúng.* Cho : $\frac{2x}{5} - x = \left(-\frac{1}{5}\right)^3$. Tìm x.

A. $x = \frac{6}{625}$ B. $x = -\frac{1}{75}$ C. $-\frac{3}{625}$ D. $x = \frac{1}{75}$.

35. *Chọn câu trả lời đúng.* Với $M = 3^{40} + 9^{21}$. M chia hết cho :

A. 10 B. 10 và 15 C. 15 và 90 D. 10 ; 15 ; 90.

36. *Chọn câu trả lời đúng.* Nếu $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ $(a, b, c, d \neq 0 ; a \neq b ; c \neq d)$ thì :

A. $\frac{a-b}{b} = \frac{d}{c-d}$ B. $\frac{a+b}{a} = \frac{c+d}{c}$

C. $\frac{a}{a-b} = \frac{c-d}{c}$ D. $\frac{a-b}{a} = \frac{c}{c-d}$.

37. *Chọn câu trả lời đúng.* Biết $2^n = 512$; $3^k = 243$. Giá trị của biểu thức $n^2 + k^2$ bằng :

A. 97 B. 89 C. 106 D. 100.

38. *Chọn câu trả lời đúng.* Cho biểu thức $\left[\left(\frac{8}{17}\right)^5\right]^{40}$. Biểu thức này có thể viết dưới dạng :

A. $\left(\frac{8}{17}\right)^{200}$ B. $\left(\frac{8}{17}\right)^{45}$ C. $\left(\frac{8}{17}\right)^{35}$ D. $\left(\frac{8}{17}\right)^{8}$.

39. *Chọn câu trả lời đúng.* Giá trị của biểu thức $(-2222)^4 : (-1111)^4$ bằng :

A. 8 B. 16 C. –16 D. –8.

40. *Chọn câu trả lời đúng.* Giá trị của 0,0(01) bằng :

A. 0,0010101... B. 0,001001... C. 0010101... D. 0,00101...

41. *Chọn câu trả lời đúng.* Tam giác KQS có số đo của các góc R ; Q; S lần lượt tỉ lệ với 3 ; 2 ; 4. Vậy số đo các góc đó là :

A. $\widehat{R} = 60^\circ$; $\widehat{Q} = 80^\circ$; $\widehat{S} = 40^\circ$ B. $\widehat{R} = 60^\circ$; $\widehat{Q} = 40^\circ$; $\widehat{S} = 80^\circ$

C. $\widehat{R} = 80^\circ$; $\widehat{Q} = 60^\circ$; $\widehat{S} = 60^\circ$ D. $\widehat{R} = 40^\circ$; $\widehat{Q} = 60^\circ$; $\widehat{S} = 80^\circ$.

42. *Chọn câu trả lời đúng.* Cho ba số a ; b ; c chia tỉ lệ thuận với 5 ; 6 ; 7. Ta có :

A. a : b : c = 6 : 5 : 7 B. 5a = 7b = 6c

C. $\frac{a}{5} = \frac{b}{6} = \frac{c}{7}$ D. $\frac{a}{\frac{1}{5}} = \frac{b}{\frac{1}{6}} = \frac{c}{\frac{1}{7}}$.

43. *Chọn câu trả lời đúng.* Trong một kì thi số điểm 10 của ba bạn Dương, Hương, Ngân tỉ lệ với 3 ; 1 ; 2. Tổng số điểm 10 của cả ba bạn đạt được là 24. Vậy số điểm 10 của bạn Ngân là :

A. 6 B. 7 C. 8 D. 9.

44. *Chọn câu trả lời đúng.* Cho $\frac{x}{2} = \frac{y}{3}; \frac{y}{4} = \frac{z}{5}$ và x + y − z = 20. Tìm x, y, z.

A. x = 32 ; y = 48 ; z = 50 B. x = 32 ; y = 48 ; z = 60

C. x = 32 ; y = 44 ; z = 50 D. x = 30 ; y = 48 ; z = 50.

45. *Chọn câu trả lời đúng.* Cho $3^n.5^n = 225^{15}$. Tìm n.

A. n = 15 B. n = 225 C. $n = 15^{15}$ D. n = 30.

46. *Chọn câu trả lời đúng.* Tìm x, biết : $(x - 1)^4 = 16$.

A. x = −1 B. x = 3

C. x = 4 D. x = 3 hoặc x = −1.

HƯỚNG DẪN VÀ ĐÁP ÁN CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM CHƯƠNG III

1. $5\left(\frac{5}{1.6}+\frac{5}{6.11}+\frac{5}{11.16}+\frac{5}{16.21}+\frac{5}{21.26}+\frac{5}{26.31}\right)$

$= 5\left(1-\frac{1}{6}+\frac{1}{6}-\frac{1}{11}+\frac{1}{11}-\frac{1}{16}+\frac{1}{16}-\frac{1}{21}+\frac{1}{21}-\frac{1}{26}+\frac{1}{26}-\frac{1}{31}\right)$

$= 5\left(1-\frac{1}{31}\right) = 5.\frac{30}{31} = \frac{150}{31}$. *Chọn câu A.*

2. $-\frac{2}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{6} = -\frac{3}{12}$. *Chọn câu B.*

3. $\frac{1}{101}+\frac{1}{102}+...+\frac{1}{150} > \frac{1}{150}+\frac{1}{150}+...+\frac{1}{150} = \frac{50}{150} = \frac{1}{3}$. *Chọn câu C.*

4. $\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}+...+\frac{1}{100^2} < \frac{1}{1.2}+\frac{1}{2.3}+...+\frac{1}{99.100}$

Mà $= 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + ... + \frac{1}{99} - \frac{1}{100} = \frac{1}{1} - \frac{1}{100} = \frac{99}{100}$. *Chọn câu B.*

5. $\frac{\overline{abab}}{\overline{cdcd}} \cdot \frac{\overline{cdcdcd}}{\overline{ababab}} = \frac{\overline{ab}.101}{\overline{cd}.101} \cdot \frac{\overline{cd}.10101}{\overline{ab}.10101} = 1$. *Chọn câu C.*

6. $S = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + ... + \frac{1}{255} - \frac{1}{257}\right) = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{1}{257}\right) = \frac{128}{257}$. *Chọn câu D.*

7. $\frac{1}{2} < \frac{2}{3}$; $\frac{2}{3} < \frac{3}{4}$; ... ; $\frac{997}{998} < \frac{998}{999}$; $\frac{999}{1000} < \frac{1000}{1000} = 1$.

Do đó : $\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} ... \frac{997}{998} \cdot \frac{999}{1000} < \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} ... \frac{998}{999} .1 \Rightarrow m < n$. *Chọn câu B.*

8. $X = \frac{185}{741}.1428 + 185.8 = 1850$. *Chọn câu A.*

9. $S = 1.2 + 2.3 + 3.4 + ... + 98.99 = 323400$.

Từ đó có $y = \frac{5}{7}$. *Chọn câu C.*

10. $\left(-1\frac{1}{15}\right)\left(-1\frac{1}{16}\right)\left(-1\frac{1}{17}\right)...\left(-1\frac{1}{50}\right) = \frac{-16}{15} \cdot \left(\frac{-17}{16}\right) ... \left(\frac{-51}{50}\right)$

$= \frac{51}{15} = \frac{17}{5} = 3\frac{2}{5}$. *Chọn câu C.*

11. $1\frac{1}{3}.1\frac{1}{8}.1\frac{1}{15}$ ... (98 thừa số) $= \frac{2^2}{1.3} \cdot \frac{3^2}{2.4} \cdot \frac{4^2}{3.5} ... \frac{99^2}{98.100}$

$= \frac{(2.3.4...99)(2.3.4...99)}{(1.2.3...98)(3.4.5...100)} = \frac{99.2}{100} = \frac{99}{50} = 1{,}98 = \frac{198}{100}$.

Chọn câu A.

12. $13{,}21.\frac{3}{5} = 7{,}926$. *Chọn câu D.*

13. $\frac{3}{7}$ của -840 là $\frac{3}{7}.(-840) = -360$.

Số x là $(-360) : \frac{2}{5} = (-360).\frac{5}{2} = -900$.

Chọn câu C.

14. $\frac{a}{b} = \frac{3}{5}$ và $\frac{a+5}{b} = \frac{7}{10}$.

$b = 50$; $a = \frac{3}{5}.50 = 30$. *Chọn câu C.*

15. Phân số chỉ 44 tuổi là : 37,5% + 100% = 137,5% (tuổi mẹ)

Tuổi mẹ là : 44.100 : 137,5 = 32 (tuổi).

Chọn câu B.

16. Giả sử giá ban đầu 100%.

Giá hàng đó sau khi tăng : 100% + 40% = 140%.

Giá hàng đó sau khi giảm : 140% – 140%.40% = 84%.

Chọn câu C.

17. $\frac{-3535}{1919}+\frac{313131}{383838}=\frac{-35.101}{19.101}+\frac{31.10101}{38.10101}=\frac{-39}{38}$. *Chọn câu C.*

18. $\left(-\frac{5}{13}+\frac{4}{7}\right):\frac{5}{9}+\left(\frac{3}{7}+\frac{(-8)}{13}\right):\frac{5}{9}=\left(\frac{-5}{13}+\frac{4}{7}+\frac{3}{7}-\frac{8}{13}\right):\frac{5}{9}=0$. *Chọn câu B.*

19. Ta có : $|x+4,3|-|-2,8|=0$

$\Leftrightarrow |x+4,3|=2,8$

$\Leftrightarrow x=-1,5$ hoặc $x=-7,1$.

Chọn câu D.

20. *Chọn câu A.*

21. *Chọn câu C.*

22. *Chọn câu C.*

23. $\frac{(7^3)^5.7^7}{(7^5)^4}=\frac{7^{22}}{7^{20}}=7^2=49$. *Chọn câu D.*

24. $a^{n+1}=a^{17}$; $b^{k-2}=4$; $c^{3m}=c^{15}$. *Chọn câu B.*

25. $3^2+6^2+9^2+...+24^2+27^2=(3.1)^2+(3.2)^2+(3.3)^2+...+(3.8)^2+(3.9)^2$

$=3^2(1^2+2^2+3^2+...+8^2+9^2)=9.285=2565.$

Chọn câu C.

26. $\frac{x}{\frac{3}{50}}=\frac{\frac{2}{3}}{x}\Leftrightarrow x.x=\frac{2}{3}.\frac{3}{50}\Leftrightarrow x^2=\frac{1}{25}\Leftrightarrow x=\pm\frac{1}{5}$. *Chọn câu D.*

27. $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}\Rightarrow\frac{a}{b}=\frac{a+c}{b+d}=\frac{c}{d}\Rightarrow\frac{a}{b}.\frac{c}{d}=\frac{(a+c)^2}{(b+d)^2}\Leftrightarrow\frac{ac}{bd}=\frac{(a+c)^2}{(b+d)^2}$.

Chọn câu D.

28. Đặt phân số cần tìm là $\frac{3x}{7x}$. Ta có : $3x+7x=120\Leftrightarrow x=12$.

Vậy phân số cần tìm là $\frac{36}{84}$. *Chọn câu D.*

29. Ta có : $1 + 3 + 5 + ... + 97 + 99 = (1 + 99).50 : 2 = 2500 = 50^2$

nên $\sqrt{1+3+5+...+97+99} = \sqrt{2500} = 50$. *Chọn câu B.*

30. *Chọn câu A.*

31. *Chọn câu D.*

32. *Chọn câu B.*

33. $-3,94.(-0,4.2,5).(-2.0,5) = -3,94$. *Chọn câu A.*

34. $\frac{2}{5}x - x = \left(-\frac{1}{5}\right)^3 = \frac{-1}{125} \Rightarrow x = \frac{1}{75}$. *Chọn câu D.*

35. $3^{40} + 9^{21} = (3^2)^{20} + 9^{21} = 9^{20}.9^{21} = 9^{20}(1 + 9) = 9^{19}.9.10 = 9^{19}.90$

Vậy $90 \vdots 10$; $90 \vdots 15$; $90 \vdots 90$. *Chọn câu D.*

36. *Chọn câu B.*

37. $2^9 = 512$; $3^5 = 243$. *Chọn câu C.*

38. $\left[\left(\frac{8}{17}\right)^5\right]^{40} = \left(\frac{8}{17}\right)^{40.5}$. *Chọn câu A.*

39. $\frac{(-2.1111)^4}{(-1111)^4} = 2^4 = 16$. *Chọn câu B.*

40. $0,0(01) = 0,0010101...$ *Chọn câu A.*

41. *Chọn câu B.*

42. *Chọn câu C.*

43. *Chọn câu C.*

44. $\left.\begin{array}{l}\frac{x}{2} = \frac{y}{3} \\ \frac{y}{4} = \frac{z}{5}\end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l}\frac{x}{8} = \frac{y}{12} \\ \frac{y}{12} = \frac{z}{15}\end{array}\right\} \frac{x}{8} = \frac{y}{12} = \frac{z}{15} = \frac{x+y+z}{8+12+15} = \frac{20}{5} = 4$

$\frac{x}{8} = 4 \Rightarrow x = 32$; $\frac{y}{12} = 4 \Rightarrow y = 48$; $\frac{z}{15} = 4 \Rightarrow z = 60$. *Chọn câu B.*

45. $3^n.5^n = 225^{15} \Leftrightarrow (3.5)^n = (15^2)^{15} \Leftrightarrow 15^n = 15^{30} \Leftrightarrow n = 30$. *Chọn câu D.*

46. $(x - 1)^4 = 16$

$(x - 1)^4 = (\pm 2)^4 \Leftrightarrow x - 1 = \pm 2$

$\Leftrightarrow x - 1 = 2$ hoặc $x - 1 = -2 \Leftrightarrow x = 3$ hoặc $x = -1$. *Chọn câu D.*

Chương IV. BIỂU THỨC ĐẠI SỐ

§1. KHÁI NIỆM VỀ BIỂU THỨC ĐẠI SỐ

I. KIẾN THỨC CƠ BẢN

1. Khái niệm biểu thức đại số:

Những biểu thức bao gồm các phép toán (cộng, trừ, nhân, chia, nâng lên lũy thừa) không chỉ trên những số mà có thể những chữ. Gọi là biểu thức đại số.

Ví dụ: $2x + 3$; $ax^2 + bx + c$; $\frac{3}{x}$....

2. Biểu thức nguyên, biểu thức phân:

a) Biểu thức đại số không chứa biến ở mẫu gọi là biểu thức nguyên.

Ví dụ: $\frac{3}{4}xy$; a^2; $2(a + b)$; $ax^2 + bx + c$

b) Biểu thức đại số có chứa biến ở mẫu gọi là biểu thức phân.

Ví dụ: $\frac{3a}{x}$; $-\frac{x}{y}$ (x; y là biến).

II. BÀI TẬP SÁCH GIÁO KHOA

A. Bài tập mẫu

Trong các biểu thức đại số sau, đâu là biểu thức nguyên, đâu là biểu thức phân:

a) $2x(y^3 - z) + x^2 - y^2$;

b) $\frac{4(x+2)(y^2-4)}{x+2}$;

c) $x(y - 1) + \frac{3x + y^2}{2y}$;

d) $\frac{5x(7y+3)}{15}$.

Giải

Ta có: $2x(y^3 - z) + x^2 - y^2$; $\frac{5x(7y+3)}{15}$ là các biểu thức đại số nguyên (vì biểu thức đại số không chứa biến ở mẫu).

Các biểu thức $x(y - 1) + \frac{3x + y^2}{2y}$; $\frac{4(x + 2)(y^2 - 4)}{x + 2}$ là các biểu thức đại số phân (vì biểu thức đại số chứa biến ở mẫu).

B. Bài tập giáo khoa cơ bản

1. Hãy viết các biểu thức đại số biểu thị:

a) Tổng của x và y

b) Tích của x và y

c) Tích của tổng x và y với hiệu của x và y.

2. Viết biểu thức đại số để biểu thị diện tích hình thang có đáy lớn là a, đáy nhỏ là b, đường cao là h (a, b và h có cùng đơn vị đo).

3. Dùng bút chì nối các ý 1), 2) ... 5) với a), b) ..., e) (chẳng hạn như nối 1 với e) sao cho chúng có cùng ý nghĩa.

1)	$x - y$	a)	Tích của x và y
2)	$5y$	b)	Tích của 5 và y
3)	xy	c)	Tổng của 10 và x
4)	$10 + x$	d)	Tích của tổng x và y với hiệu của x và y
5)	$(x + y)(x - y)$	e)	Hiệu của x và y

4. Một ngày mùa hè, buổi sáng nhiệt độ là t độ, buổi trưa nhiệt độ tăng thêm x độ so với buổi sáng, buổi chiều lúc mặt trời lặn, nhiệt độ lại giảm đi y độ so với buổi trưa. Hãy viết biểu thức đại số biểu thị nhiệt độ lúc mặt trời lặn của ngày đó theo t, x, y.

5. Một người được hưởng mức lương là a đồng trong một tháng. Hỏi người đó nhận được bao nhiêu tiền nếu:

a) Trong một quý lao động, người đó đảm bảo đủ ngày công và làm việc có hiệu suất cao nên được hưởng thêm m đồng?

b) Trong hai quý lao động, người đó bị trừ n đồng ($n < a$) vì nghỉ một ngày công không phép?

Giải

1. a) $x + y$; b) $x.y$; c) $(x + y)(x - y)$.

2. Diện tích hình thang là:

$$S = \frac{1}{2}(a + b).h$$

3.

1)	$x - y$	a)	Tích của x và y
2)	$5y$	b)	Tích của 5 và y
3)	xy	c)	Tổng của 10 và x
4)	$10 + x$	d)	Tích của tổng x và y với hiệu của x và y
5)	$(x + y)(x - y)$	e)	Hiệu của x và y

4. Biểu thức đại số diễn đạt nhiệt độ lúc mặt trời lặn là: $(t + x - y)$ độ

5. a) Một quý có 3 tháng. Do đó trong một quý người đó lãnh được 3a (đồng).

Vì đảm bảo đủ ngày công và làm việc có hiệu suất cao nên trong quý người đó được thưởng thêm m (đồng).

Vậy trong một quý người đó được lãnh tất cả là: $3a + m$ (đồng)

b) Trong hai quý lao động (6 tháng) người đó lãnh được 6a (đồng).

Theo đề bài, trong hai quý lao động người đó chỉ còn lãnh được:

$$6a - n \text{ (đồng) } (n < a)$$

§2. GIÁ TRỊ CỦA MỘT BIỂU THỨC ĐẠI SỐ

I. KIẾN THỨC CƠ BẢN

1. Giá trị của một biểu thức đại số: Muốn tính giá trị của một biểu thức đại số khi biết giá trị của các biến trong biểu thức đã cho, ta thay giá trị của các biến vào rồi thực hiện các phép tính.
2. Lưu ý:
   - Ta luôn tính được giá trị của biểu thức nguyên tại mọi giá trị của biến.
   - Đối với các biểu thức phân, ta chỉ tính được giá trị của biểu thức tại những giá trị của biến làm cho mẫu khác không.

II. BÀI TẬP SÁCH GIÁO KHOA

A. Bài tập mẫu

Tính giá trị của các biểu thức sau:

a) $x^2 - x + \frac{1}{4}$ tại $x = 2$

b) $2x + \frac{3}{4} - \frac{y(x^2 - 2)}{xy + y}$ tại $x = 0$; $y = 1$

Giải

a) Thay $x = 2$ vào biểu thức, ta được:

$$x^2 - x + \frac{1}{4} = 2^2 - 2 + \frac{1}{4} = 4 - 2 + \frac{1}{4} = 2 + \frac{1}{4} = \frac{9}{4}$$

Vậy giá trị của biểu thức $x^2 - x + \frac{1}{4}$ tại điểm x = 2 là $\frac{9}{4}$.

b) Tương tự thay x = 0; y = 1 vào biểu thức, ta được:

$$2x + \frac{3}{4} - \frac{y(x^2 - 2)}{xy + y} = 2.0 + \frac{3}{4} - \frac{1(0^2 - 2)}{0.1 + 1} = \frac{3}{4} + \frac{2}{1} = 2\frac{3}{4}$$

Vậy giá trị của biểu thức trên tại điểm x = 0; y = 1 là $2\frac{3}{4}$.

B. Bài tập giáo khoa cơ bản

6. Giải thưởng Toán học Việt Nam (dành cho giáo viên và học sinh phổ thông) mang tên nhà toán học nổi tiếng nào?

(Ông quê ở Hà Tĩnh. Ông là người thầy của nhiều thế hệ toán học nước ta trong thế kỉ XX).

Hãy tính giá trị của các biểu thức sau tại x = 3, y = 4 và z = 5 rồi viết các chữ tương ứng với các số tìm được vào các ô trống dưới đây, em sẽ trả lời được câu hỏi trên:

N x^2; Ê $2z^2 + 1$

T y^2; H $x^2 + y^2$

Ă $\frac{1}{2}(xy + z)$ V $z^2 - 1$

L $x^2 - y^2$ I Biểu thức biểu thị chu vi của hình chữ nhật có các cạnh là y, z.

M Biểu thức biểu thị cạnh huyền của tam giác vuông có hai cạnh góc vuông là x, y.

-7	51	24	8,5	9	16	25	18	51	5

7. Tính giá trị của các biểu thức sau tại m = –1; n = 2.

a) 3m – 2n; b) 7m + 2n – 6;

8. Đố: Ước tính số gạch cần mua? Giả sử gia đình em cần lát một nền nhà hình chữ nhật bằng gạch hình vuông có cạnh là 30cm.

Hãy đo kích thước nền nhà em rồi ghi vào ô trống trong bảng sau:

Chiều rộng (m)	Chiều dài (m)	Số gạch cần mua (viên)
x	y	$\frac{xy}{0,09}$
5,5	6,8	Khoảng 416 (viên)
...	...	...

9. Tính giá trị của biểu thức $x^2y^3 + xy$ tại $x = 1$ và $y = \frac{1}{2}$.

Giải

6. N: x^2 với $x = 3$

Ta đặt $N = x^2 = 3^2 = 9$

$T = y^2$ với $y = 4$

$T = y^2 = 4^2 = 16$

$H = x^2 + y^2$ với $x = 3; y = 4$

$= 3^2 + 4^2 = 9 + 16$

$L = x^2 - y^2$ với $x = 3; y = 4$

$= 3^2 - 4^2 = 9 - 16 = -7$

$Ê = 2z^2 + 1$ với $z = 5$

$= 2.5^2 + 1 = 51$

$V = z^2 - 1$ với $z = 5$

$= 5^2 - 1 = 25 - 1 = 24$

$Ă = \frac{1}{2}(xy + z)$ với $x = 3; y = 4; z = 5$

$= 0,5(3.4 + 5) = 0,5.17 = 8,5$

I : Gọi I là chu vi hình chữ nhật có cạnh là y, z, ta có:

$I = 2(y + z)$ với $y = 4; z = 5$

$= 2(4 + 5) = 18.$

M : Gọi M là cạnh huyền của tam giác vuông có hai cạnh góc vuông 12x; y.

$M^2 = x^2 + y^2 = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25 \Rightarrow M = \sqrt{25} = 5$

Ta thay các chữ tương ứng với các số tìm được, ta sẽ được tên nhà toán học cần tìm:

–7	51	24	8,5	9	16	25	18	51	5
L	Ê	V	Ă	N	T	H	I	Ê	M

Vậy giải thưởng Toán học Việt Nam dành cho giáo viên và học sinh phổ thông mang tên nhà Toán học nổi tiếng LÊ VĂN THIÊM.

7. Ta lần lượt thay các giá trị $m = -1; n = 2$ vào từng biểu thức rồi tính giá trị của biểu thức.

a) $3m - 2n = 3(-1) - 2.2 = -3 - 4 = -7$

Biểu thức $3m - 2n$ luôn luôn tính được với mọi giá trị của $m, n \in R$.

b) $7m + 2n - 6 = 7(-1) + 2.2 - 6 = -7 + 4 - 6 = -9$

Biểu thức $3m - 2n$ luôn luôn tính được với mọi giá trị của $m, n \in R$.

8. Học sinh tự làm.

9. Ta có $x^2y^3 + xy = 1^2.\left(\frac{1}{2}\right)^3 + 1.\left(\frac{1}{2}\right) = 1.\frac{1}{8} + \frac{1}{2} = \frac{1}{8} + \frac{1}{2} = \frac{1+4}{8} = \frac{5}{8}$.

Vậy giá trị của biểu thức $x^2y^3 + xy$ tại $x = 1$ và $y = \frac{1}{2}$ là $\frac{5}{8}$.

§3. ĐƠN THỨC

I. KIẾN THỨC CƠ BẢN

1. Đơn thức: Đơn thức là một biểu thức đại số chỉ gồm một số, hoặc một biến, hoặc một tích giữa các số và các biến.

Ví dụ: 2; $4xy^2$; $\frac{3}{5}x^2y^3(-x)$

2. Các bước thu gọn một đơn thức:

- Bước 1: Xác định dấu duy nhất thay thế các dấu có trong đơn thức.

  Dấu duy nhất là dấu "+" nếu đơn thức không chứa dấu "−" nào hay chứa một số chẵn lần dấu "−". Dấu duy nhất là dấu "−" trong trường hợp còn lại.
- Bước 2: Nhóm các thừa số là số cụ thể hay là các hằng số và nhân chúng với nhau.
- Bước 3: Nhóm các biến, xếp chúng theo thứ tự các chữ cái và dùng kí hiệu lũy thừa để viết tích các chữ cái giống nhau.

3. Bậc của đơn thức: Bậc của đơn thức có hệ số khác 0 là tổng số mũ của tất cả các biến có trong đơn thức đó.

Số thực khác 0 là đơn thức bậc không.

Số 0 được coi là đơn thức không có bậc.

4. Nhân hai đơn thức: Muốn nhân hai đơn thức, ta nhân các hệ số với nhau và nhân các phần biến với nhau.

II. BÀI TẬP SÁCH GIÁO KHOA

A. Bài tập mẫu

Thu gọn các đơn thức:

a) $-\frac{7}{8}y(2xy)(-\frac{1}{7}x^2y^3)$; b) $-y.2x^3y.\frac{4x}{5}.ab^2$

Giải

Thu gọn các đơn thức:

a) $-\frac{7}{8}y(2xy)(-\frac{1}{7}x^2y^3) = (-\frac{7}{8}).2.(-\frac{1}{7})y.xy.x^2.y^3 = +\frac{1}{4}y.y.y^3.x.x^2 = +\frac{1}{4}x^3y^5.$

b) $-y.2x^3y.\frac{4x}{5}.ab^2 = (-1).2.\frac{4}{5}.y.x^3.y.x.ab^2 = -\frac{8}{5}.x^3.x.y.y.ab^2 = -\frac{8}{5}x^4.y^2.ab^2$

B. Bài tập giáo khoa cơ bản

10. Bạn Bình viết ba ví dụ về đơn thức như sau: $(5-x)x^2$; $-\frac{5}{9}x^2y$; -5

Em hãy kiểm tra xem bạn viết đã đúng chưa?

11. Trong các biểu thức sau, biểu thức nào là đơn thức?

a) $\frac{2}{5} + x^2y$; b) $9x^2yz$; c) 15,5; d) $1 - \frac{5}{9}x^3$

12. a) Cho biết phần hệ số, phần biến của các đơn thức: $2,5x^2y$; $0,25x^2y^2$.

b) Tính giá trị của các đơn thức trên tại x = 1 và y = −1.

13. Tính tích của các đơn thức sau rồi tìm bậc của đơn thức thu được:

a) $-\frac{1}{3}x^2y$ và $2xy^3$; b) $\frac{1}{4}x^3y$ và $-2x^3y^5$

14. Hãy viết các đơn thức với biến x, y và có giá trị bằng 9 tại x = −1 và y = 1.

Giải

10. – Bạn Bình đã viết đúng 2 đơn thức, đó là: $-\frac{5}{9}x^2y$; -5

– Biểu thức $(5-x)x^2 = 5x^2 - x^3$ không là đơn thức vì trong biểu thức có chứa phép trừ.

11. – Theo định nghĩa đơn thức, các biểu thức sau là đơn thức:

b) $9x^2yz$; c) 15,5

– Các biểu thức a), d) không phải là đơn thức vì chúng có chứa phép cộng hoặc phép trừ.

12. a) * Đơn thức $2,5x^2y$: • 2,5 là hệ số của đơn thức.

• x^2y là phần biến của đơn thức.

* Đơn thức $0,25x^2y^2$: • 0,25 là hệ số của đơn thức.

• x^2y^2 là phần biến của đơn thức.

b) * Với đơn thức $2,5x^2y$

Ta có: $2,5x^2y = 2,5(1)^2.(-1) = -2,5$

Vậy đơn thức $2,5x^2y$ có giá trị bằng $-2,5$ tại điểm $x = 1$ và $y = -1$.

* Với đơn thức $0,25x^2y^2$

Ta có: $0,25x^2y^2 = 0,25(+1)^2(-1)^2 = 0,25.1.1 = 0,25$

Vậy đơn thức $0,25x^2y^2$ có giá trị bằng 0,25 tại điểm $x = 1; y = -1$.

13. a) $(-\frac{1}{3}x^2y).(2xy^3) = (-\frac{1}{3})2.x^2.y.x.y^3 = -\frac{2}{3}.x^3.y^4$

Vậy bậc của đơn thức thu được là 3 + 4 = 7

b) $(\frac{1}{4}x^3y).(-2x^3y^5) = \frac{1}{4}.2.x^3.x^3.y.y^5 = -\frac{1}{2}x^6y^6$

Vậy bậc của đơn thức là 12.

14. Biểu thức $9x^2y^2$; $-9xy$; ...

§4. ĐƠN THỨC ĐỒNG DẠNG

I. KIẾN THỨC CƠ BẢN

1. Định nghĩa: Hai đơn thức đồng dạng là hai đơn thức có hệ số khác 0 và có cùng phần biến.

   Chú ý: Mọi số khác 0 được coi là những đơn thức đồng dạng với nhau.

2. Cộng và trừ các đơn thức đồng dạng:

   Quy tắc: Để cộng (hay trừ) các đơn thức đồng dạng, ta cộng (hay trừ) các hệ số với nhau và giữ nguyên phần biến.

II. BÀI TẬP SÁCH GIÁO KHOA

A. Bài tập mẫu

1. Xếp các đơn thức sau đây thành từng nhóm các đơn thức đồng dạng:

$\frac{2}{7}xy$; $-\frac{1}{5}x^2z$; $\frac{4}{7}xyz$; $\frac{7}{2}xy$; x^2z; $7xyz$; $\frac{5}{8}x^2z$; $2xy$.

2. Tính: a) $2xy^3 + 5xy^3 + xy^3$; b) $8uv - \frac{1}{3}uv$.

Giải

1. – Các đơn thức sau đây đồng dạng: $\frac{2}{7}xy$; $\frac{7}{2}xy$; $2xy$

– Các đơn thức sau đây đồng dạng: $-\frac{1}{5}x^2z$; x^2z; $\frac{5}{8}x^2z$;

– Các đơn thức sau đây đồng dạng: $\frac{4}{7}xyz$; $7xyz$;

2. a) Ta có: $2xy^3 + 5xy^3 + xy^3 = (2 + 5 + 1)xy^3 = 8xy^3$

b) Ta có: $8uv - \frac{1}{3}uv = (8 - \frac{1}{3})\,uv = \frac{23}{3}uv$.

B. Bài tập giáo khoa cơ bản

15. Xếp các đơn thức sau đây thành từng nhóm các đơn thức đồng dạng:

$$\frac{5}{3}x^2y;\quad xy^2;\quad -\frac{1}{2}x^2y;\quad -2xy^2;\quad x^2y;\quad \frac{1}{4}xy^2;\quad -\frac{2}{5}x^2y;\quad xy.$$

16. Tìm tổng của ba đơn thức: $25xy^2$; $55xy^2$ và $75xy^2$.

17. Tính giá trị của biểu thức sau tại x = 1 và y = –1: $\frac{1}{2}x^5y - \frac{3}{4}x^5y + x^5y$

18. ĐỐ: Tên của tác giả cuốn *Đại Việt sử kí* dưới thời vua Trần Nhân Tông được đặt cho một đường phố của Thủ đô Hà Nội. Em sẽ biết tên tác giả đó bằng cách tính các tổng và hiệu dưới đây rồi viết chữ tương ứng vào ô dưới kết quả được cho trong bảng sau:

V $2x^2 + 3x^2 - \frac{1}{2}x^2$; Ư $5xy - \frac{1}{3}xy + xy$;

N $-\frac{1}{2}x^2 + x^2$; U $-6x^2y - 6x^2y$;

H $xy - 3xy + 5xy$; Ê $3xy^2 - (-3xy^2)$;

Ă $7y^2z^3 + (-7y^2z^3)$; L $-\frac{1}{5}x^2 + (-\frac{1}{5}x^2)$;

$-\frac{2}{5}x^2$	$6xy^2$	$\frac{9}{2}x^2$	0	$\frac{1}{2}x^2$	$3xy$	$\frac{17}{3}xy$	$-12x^2y$

Giải

15. – Các đơn thức sau đây đồng dạng: $\frac{5}{3}x^2y$; $-\frac{1}{2}x^2y$; x^2y; $-\frac{2}{5}x^2y$;

– Các đơn thức sau đây đồng dạng: xy^2; $-2xy^2$; $\frac{1}{4}xy^2$.

16. Ta có: $25xy^2 + 55xy^2 + 75xy^2 = (25 + 55 + 75)xy^2 = 155xy^2$.

17. Ta có: $\frac{1}{2}x^5y - \frac{3}{4}x^5y + x^5y = (\frac{1}{2} - \frac{3}{4} + 1)x^5y = (\frac{2 - 3 + 4}{4})x^5y = \frac{3}{4}x^5y$

Với x = 1 và y = –1, ta được: $\frac{3}{4}.(1)^5.(-1) = -\frac{3}{4}$

18. Đặt $V = 2x^2 + 3x^2 - \frac{1}{2}x^2 = (2 + 3 - \frac{1}{2})x^2 = \frac{9}{2}x^2$

$N = -\frac{1}{2}x^2 + x^2 = (-\frac{1}{2} + 1)\,x^2 = \frac{1}{2}x^2$

$H = xy - 3xy + 5xy = (1 - 3 + 5)xy = 3xy$

$Ă = 7y^2z^3 + (-7y^2z^3) = (7 - 7)\,y^2z^3 = 0$

$Ư = 5xy - \frac{1}{3}xy + xy = (5 - \frac{1}{3} + 1)xy = \frac{17}{3}xy$

$U = -6x^2y - 6x^2y = (-6 - 6)x^2y = -12\,x^2y$

$Ê = 3xy^2 - (-3xy^2) = 3xy^2 + 3xy^2 = 6xy^2$

$L = -\frac{1}{5}x^2 + (-\frac{1}{5}x^2) = (-\frac{1}{5} - \frac{1}{5})x^2 = -\frac{2}{5}x^2$

Thay vào bảng ta được:

$-\frac{2}{5}x^2$	$6xy^2$	$\frac{9}{2}x^2$	0	$\frac{1}{2}x^2$	$3xy$	$\frac{17}{3}xy$	$-12x^2y$
L	Ê	V	Ă	N	H	Ư	U

Vậy tên tác giả cuốn *Đại Việt sử kí* là: LÊ VĂN HƯU.

Luyện tập

19. Tính giá trị của biểu thức $16x^2y^5 - 2x^3y^2$ tại $x = 0,5$ và $y = 1$.

20. Viết ba đơn thức đồng dạng với đơn thức $-2x^2y$ rồi tính tổng của cả bốn đơn thức đó.

21. Tính tổng của các đơn thức sau:

$$\frac{3}{4}xyz^2;\quad \frac{1}{2}xyz^2;\ -\frac{1}{4}xyz^2.$$

22. Tính tích các đơn thức sau rồi tìm bậc của mỗi đơn thức nhận được:

a) $\frac{12}{15}x^4y^2$ và $\frac{5}{9}xy$;

b) $-\frac{1}{7}x^2y$ và $-\frac{2}{5}xy^4$.

23. Điền các đơn thức thích hợp vào ô trống:

a) $3x^2y + \square = 5x^2y$;

b) $\square - 2x^2 = -7x^2$;

c) $\square + \square + \square = x^5$

Giải

19. Với $x = 0,5 = \frac{1}{2}$; $y = -1$, ta có:

$$16x^2y^5 - 2x^3y^2 = 16(\frac{1}{2})^2.(-1)^5 - 2(\frac{1}{2})^3.(-1)^2 = 16.\frac{1}{4}(-1) - 2.\frac{1}{8}.1$$

$$= -4 - \frac{1}{4} = \frac{-16-1}{4} = -\frac{17}{4}$$

Vậy giá trị của biểu thức $16x^2y^5 - 2x^3y^2$ tại điểm $x = 0,5$; $y = 1$ là $-\frac{17}{4}$.

20. * Giả sử có ba đơn thức đồng dạng với đơn thức $-2x^2y$ là:

$$5x^2y; \quad -\frac{1}{2}x^2y; \quad \frac{1}{5}x^2y$$

* Khi đó tổng của bốn đơn thức là:

$$-2x^2y + 5x^2y + (-\frac{1}{2}x^2y) + \frac{1}{5}x^2y = (-2 + 5 - \frac{1}{2} + \frac{1}{5})x^2y = \frac{27}{10}x^2y.$$

21. Ta có:

$$\frac{3}{4}xyz^2 + \frac{1}{2}xyz^2 - \frac{1}{4}xyz^2 = (\frac{3}{4} + \frac{1}{2} - \frac{1}{4})xyz^2$$

$$= (\frac{3+2-1}{4})xyz^2 = xyz^2$$

22. a) $(\frac{12}{15}x^4y^2).(\frac{5}{9}xy) = (\frac{12}{15}.\frac{5}{9})x^4.y^2.xy = \frac{4}{9}x^5y^3$ (bậc 8).

b) $(-\frac{1}{7}x^2y)(-\frac{2}{5}xy^4) = (-\frac{1}{7}).(-\frac{2}{5})x^2y.xy^4 = \frac{2}{35}x^3y^5$ (bậc 8).

23. a) $3x^2y + \boxed{2x^2y} = 5x^2y$

b) $\boxed{-5x^2} - 2x^2 = -7x^2$

c) $\boxed{x^5} + \boxed{-x^5} + \boxed{x^5} = x^5$

(Bài tập c) có nhiều lời giải).

§5. ĐA THỨC

I. KIẾN THỨC CƠ BẢN

1. Khái niệm đa thức: Đa thức là một tổng của những đơn thức. Mỗi đơn thức trong tổng gọi là một hạng tử của đa thức đó.

   Nhận xét:

   – Mỗi đa thức là một biểu thức nguyên;

   – Mỗi đơn thức cũng là một đa thức (chỉ có một số hạng).

2. Thu gọn các số hạng đồng dạng trong đa thức: Nếu trong đa thức có chứa các số hạng đồng dạng thì ta thu gọn các số hạng đồng dạng đó để ta được một đa thức thu gọn.

3. Bậc của đa thức: Bậc của đa thức là bậc của hạng tử có bậc cao nhất trong dạng thu gọn của đa thức đó.

4. Chú ý:

   – Số 0 cũng được gọi là đa thức không và nó không có bậc.

   – Khi tìm bậc của một đa thức, trước hết phải thu gọn đa thức đó.

II. BÀI TẬP

A. Bài tập mẫu

Hãy chỉ ra các đa thức trong các biểu thức sau:

a) $x - 1 + \frac{2}{x}$; b) $y^3 - 4$; c) $xyz - ax^2$;

d) $\frac{1}{4}xy(1 + z)$; e) $\frac{y^2 - 2az + 1}{a^2 + 1}$; f) $\frac{z}{x^2 + 1} + yz$.

(Trong các biểu thức trên, a là hằng số).

Giải

Các biểu thức sau đây là đa thức:

b) $y^3 - 4$; c) $xyz - ax^2$; d) $\frac{1}{4}xy(1 + z)$; e) $\frac{y^2 - 2az + 1}{a^2 + 1}$ (vì a là hằng số).

B. Bài tập giáo khoa cơ bản

24. Ở Đà Lạt, giá táo là x (đ/kg) và giá nho là y (đ/kg). Hãy viết biểu thức đại số biểu thị số tiền mua:

    a) 5kg táo và 8kg nho;

b) 10 hộp táo và 15 hộp nho, biết mỗi hộp táo có 12kg và mỗi hộp nho có 10kg.

Mỗi biểu thức tìm được ở hai câu trên có là đa thức không?

25. Tìm bậc của mỗi đa thức sau:

a) $3x^2 - \frac{1}{2}x + 1 + 2x - x^2$; b) $3x^2 + 7x^3 - 3x^3 + 6x^3 - 3x^2$;

26. Thu gọn đa thức sau: $Q = x^2 + y^2 + z^2 + x^2 - y^2 + z^2 + x^2 + y^2 - z^2$.

27. Thu gọn rồi tính giá trị của đa thức P tại x = 0,5 và y = 1:

$$P = \frac{1}{3}x^2y + xy^2 - xy + \frac{1}{2}xy^2 - 5xy - \frac{1}{3}x^2y.$$

28. Ai đúng, ai sai?

Bạn Đức đố: "Bậc của đa thức $M = x^6 - y^5 + x^4y^4 + 1$ bằng bao nhiêu?"

Bạn Thọ nói: "Đa thức M có bậc là 6"

Bạn Hương nói: "Đa thức M có bậc là 5".

Bạn Sơn nhận xét: "Cả hai bạn đều sai".

Ai đúng? Ai sai? Vì sao?

Giải

24. a) Biểu thức biểu thị số tiền mua 5kg táo và 8kg nho là: 5x + 8y (đồng)

b) Theo đề bài, 10 táo cân nặng: $10 \times 12 = 120$ (kg) và 15 hộp nho cân nặng: $15 \times 10 = 150$ (kg).

Vậy biểu thức biểu thị số tiền mua 10 hộp táo và 15 hộp nho là:

120x + 150y (đồng).

Nhận xét: Các biểu thức: 5x + 8y; 120x + 150y đều là đa thức.

25. a) Ta có: $3x^2 - \frac{1}{2}x + 1 + 2x - x^2 = 2x^2 + \frac{3}{2}x + 1$. Vậy đa thức có bậc 2.

b) Ta có: $3x^2 + 7x^3 - 3x^3 + 6x^3 - 3x^2 = 10x^3$. Vậy đa thức có bậc 3.

26. Đặt $Q = x^2 + y^2 + z^2 + x^2 - y^2 + z^2 + x^2 + y^2 - z^2 = 3x^2 + y^2 + z^2$

27. Ta thu gọn đa thức:

Ta có: $P = \frac{1}{3}x^2y + xy^2 - xy + \frac{1}{2}xy^2 - 5xy - \frac{2}{3}x^2y$

$= (1 + \frac{1}{2})xy^2 - (1 + 5)xy + (\frac{1}{3} - \frac{2}{3})x^2y$

Vậy: $P = \frac{3}{2}xy^2 - 6xy - \frac{1}{3}x^2y = \frac{3}{2}(0,5).(1)^2 - 6.(0,5).(1) - \frac{1}{3}(0,5)^2.(1) = \frac{-7}{3}$.

§6. CỘNG VÀ TRỪ ĐA THỨC

I. KIẾN THỨC CƠ BẢN

1. Cộng hai đa thức

Quy tắc: Muốn cộng hai đa thức ta có thể lần lượt thực hiện các bước:

* Bước 1: Viết liên tiếp các số hạng của hai đa thức đó cùng với dấu của chúng;
* Bước 2: Thu gọn các số hạng đồng dạng (nếu có).

2. Trừ hai đa thức

Quy tắc: Muốn trừ hai đa thức ta có thể lần lượt thực hiện các bước:

* Bước 1: Viết các số hạng của đa thức thứ nhất cùng với dấu của chúng;
* Bước 2: Viết tiếp các số hạng của đa thức thứ hai với dấu ngược lại;
* Bước 3: Thu gọn các số hạng đồng dạng (nếu có).

II. BÀI TẬP

A. Bài tập mẫu

Tính tổng: a) $(-3x^2y - 2xy^2 + 6) + (-x^2y + 5xy^2 - 1)$

b) $(1,6x^3 - 3,8x^2y) + (-2,2x^2y - 1,6x^3 + 0,5xy^2)$

Giải

a) $(-3x^2y - 2xy^2 + 6) + (-x^2y + 5xy^2 - 1) = -3x^2y - 2xy^2 + 6 - x^2y + 5xy^2 - 1$

$= (-3 - 1)x^2y + (-2 + 5)xy^2 + 6 - 1 = -4x^2y + 3xy^2 + 5$

b) $(1,6x^3 - 3,8x^2y) + (-2,2x^2y - 1,6x^3 + 0,5xy^2)$

$= 1,6x^3 - 3,8x^2y - 2,2x^2y - 1,6x^3 + 0,5xy^2$

$= (1,6 - 1,6)x^3 + (-3,8 - 2,2)x^2y + 0,5xy^2 = -6x^2y + 0,5xy^2$

B. Bài tập giáo khoa cơ bản

29. Tính: a) $(x + y) + (x - y)$; b) $(x + y) - (x - y)$

30. Tính tổng của hai đa thức $P = x^2y + x^3 - xy^2 + 3$ và $Q = x^3 + xy^2 - xy - 6$.

31. Cho hai đa thức: $M = 3xyz - 3x^2 + 5xy - 1$

$N = 5x^2 + xyz - 5xy + 3 - y$

Tính: M + N; M − N; N − M.

32. Tìm đa thức P và đa thức Q biết: a) $P + (x^2 - 2y^2) = x^2 - y^2 + 3y^2 - 1$

b) $Q - (5x^2 - xyz) = xy + 2x^2 - 3xyz + 5$

33. Tính tổng của hai đa thức:

a) $M = x^2y + 0,5xy^3 - 7,5x^3y^2 + x^3$ và $N = 3xy^3 - x^2y + 5,5x^3y^2$.

b) $P = x^5 + xy + 0,3y^2 - x^2y^3 - 2$ và $Q = x^2y^3 + 5 - 1,3y^2$.

Giải

29. a) $(x + y) + (x - y) = x + y + x - y = 2x$

b) $(x + y) - (x - y) = x + y - x + y = 2y$

30. Theo đề bài ta có:

$P + Q = (x^2y + x^3 - xy^2 + 3) + (x^3 + xy^2 - xy - 6)$

$= x^2y + x^3 - xy^2 + 3 + x^3 + xy^2 - xy - 6 = x^2y + 2x^3 - xy - 3.$

31. a) $M + N = (3xyz - 3x^2 + 5xy - 1) + (5x^2 + xyz - 5xy + 3 - y)$

$= 3xyz - 3x^2 + 5xy - 1 + 5x^2 + xyz - 5xy + 3 - y$

$= (3 + 1)xyz + (-3 + 5)x^2 + (5 - 5)xy - 1 + 3 - y$

$= 4xyz + 2x^2 - y + 2.$

b) $M - N = (3xyz - 3x^2 + 5xy - 1) - (5x^2 + xyz - 5xy + 3 - y)$

$= 3xyz - 3x^2 + 5xy - 1 - 5x^2 - xyz + 5xy - 3 + y$

$= (3 - 1)xyz - (3 + 5)x^2 + (5 + 5)xy - 1 - 3 + y$

$= 2xyz - 8x^2 + 10xy + y - 4.$

c) $N - M = (5x^2 + xyz - 5xy + 3 - y) - (3xyz - 3x^2 + 5xy - 1)$

$= 5x^2 + xyz - 5xy + 3 - y - 3xyz + 3x^2 - 5xy + 1$

$= (5 + 3)x^2 + (1 - 3)xyz - (5 + 5)xy + 3 + 1 - y$

$= 8x^2 - 2xyz - 10xy - y + 4$

32. a) Ta có: $P + (x^2 - 2y^2) = x^2 - y^2 + 3y^2 - 1$

$\Rightarrow$ $P = (x^2 - y^2 + 3y^2 - 1) - (x^2 - 2y^2)$

$= x^2 - y^2 + 3y^2 - 1 - x^2 + 2y^2 = 4y^2 - 1$

Vậy $P = 4y^2 - 1$

b) $Q - (5x^2 - xyz) = xy + 2x^2 - 3xyz + 5$

$Q = (xy + 2x^2 - 3xyz + 5) + (5x^2 - xyz)$

$= xy + 2x^2 - 3xyz + 5 + 5x^2 - xyz = xy + 7x^2 - 4xyz + 5$

Vậy $Q = xy + 7x^2 - 4xyz + 5$

33. a) Ta có: $M + N = (x^2y + 0,5xy^3 - 7,5x^3y^2 + x^3) + (3xy^3 - x^2y + 5,5x^3y^2)$

$= x^2y + 0,5xy^3 - 7,5x^3y^2 + x^3 + 3xy^3 - x^2y + 5,5x^3y^2$

$= (1 - 1)x^2y + (0,5 + 3)xy^3 - (7,5 - 5,5)x^3y^2 + x^3$

$= 3,5\ xy^3 - 2x^3y^2 + x^3$

b) Ta có: $P + Q = x^5 + xy + 0,3y^2 - x^2y^3 - 2 + x^2y^3 + 5 - 1,3y^2$

$= x^5 + xy + (0,3 - 1,3)y^2 + (1 - 1)x^2y^3 + (5 - 2)$

$= x^5 + xy - y^2 + 3$

Luyện tập

34. Tính tổng của hai đa thức:

a) $P = x^2y + xy^2 - 5x^2y^2 + x^3$ và $Q = 3xy^2 - x^2y + x^2y^2$.

b) $M = x^3 + xy + y^2 - x^2y^2 - 2$ và $N = x^2y^2 + 5 - y^2$

35. Cho hai đa thức: $M = x^2 - 2xy + y^2$; $N = y^2 + 2xy + x^2 + 1$

a) Tính M + N;   b) Tính M – N.

36. Tính giá trị của các đa thức sau:

a) $x^2 + 2xy - 3x^3 + 2y^3 + 3x^3 - y^3$ tại $x = 5$ và $y = 4$

b) $xy - x^2y^2 + x^4y^4 - x^6y^6 + x^8y^8$ tại $x = -1$ và $y = -1$.

37. Viết một đa thức bậc 3 với hai biến x, y và có ba hạng tử.

38. Cho các đa thức: $A = x^2 - 2y + xy + 1$; $B = x^2 + y - x^2y^2 - 1$

Tìm đa thức C sao cho:

a) C = A + B;   b) C + A = B.

Giải

34. Ta có: a) $P + Q = (x^2y + xy^2 - 5x^2y^2 + x^3) + (3xy^2 - x^2y + x^2y^2)$

$= x^2y + xy^2 - 5x^2y^2 + x^3 + 3xy^2 - x^2y + x^2y^2$

$= (1 - 1)x^2y + (1 + 3)xy^2 + (-5 + 1)x^2y^2 + x^3$

$= 4xy^2 - 4x^2y^2 + x^3$

b) $M + N = (x^3 + xy + y^2 - x^2y^2 - 2) + (x^2y^2 + 5 - y^2)$

$= x^3 + xy + y^2 - x^2y^2 - 2 + x^2y^2 + 5 - y^2$

$= x^3 + xy + (1 - 1)y^2 - (1 - 1)x^2y^2 - 2 + 5 = x^3 + xy + 3$

35. Ta có: a) $M + N = (x^2 - 2xy + y^2) + (y^2 + 2xy + x^2 + 1)$

$= x^2 - 2xy + y^2 + y^2 + 2xy + x^2 + 1 = 2x^2 + 2y^2 + 1$

b) $M - N = (x^2 - 2xy + y^2) - (y^2 + 2xy + x^2 + 1)$

$= x^2 - 2xy + y^2 - y^2 - 2xy - x^2 - 1 = -4xy - 1 = -(4xy + 1)$

36. a) – Thu gọn biểu thức ta được:

$$x^2 + 2xy - 3x^3 + 2y^3 + 3x^3 - y^3 = x^2 + 2xy + y^3$$

– Thay x = 5 và y = 4 vào biểu thức thu gọn, ta được:

$$x^2 + 2xy + y^3 = 5^2 + 2.5.4 + 4^3 = 25 + 40 + 64 = 129$$

b) Thay $x = -1$; $y = -1$ vào biểu thức, ta được:

$$xy - x^2y^2 + x^4y^4 - x^6y^6 + x^8y^8$$
$$= (-1)(-1) - (-1)^2(-1)^2 + (-1)^4(-1)^4 - (-1)^6(-1)^6 + (-1)^8(-1)^8$$
$$= 1 - 1 + 1 - 1 + 1 = 1$$

37. Học sinh tự viết.

Ví dụ: Đa thức: $xy^2 - xy + 6$ là đa thức có hai biến x, y; có ba số hạng và có bậc 3.

38. a) Ta có: $C = A + B = (x^2 - 2y + xy + 1) + (x^2 + y - x^2y^2 - 1)$

$$= x^2 - 2y + xy + 1 + x^2 + y - x^2y^2 - 1$$

Vậy $C = 2x^2 - y + xy - x^2y^2$

b) Ta có: $C + A = B \Rightarrow C = B - A$

Hay $C = (x^2 + y - x^2y^2 - 1) - (x^2 - 2y + xy + 1)$

$$= x^2 + y - x^2y^2 - 1 - x^2 + 2y - xy - 1 = 3y - x^2y^2 - xy - 2$$

§7. ĐA THỨC MỘT BIẾN

I. KIẾN THỨC CƠ BẢN

1. Đa thức một biến: Đa thức một biến là tổng của những đơn thức của cùng một biến.

Lưu ý: * Mỗi số được coi là đa thức một biến.

2. Bậc của đa thức một biến:

Bậc của đa thức một biến khác đa thức không (sau khi đã thu gọn) là số mũ lớn nhất của biến trong đa thức đó.

3. Hệ số, giá trị của một đa thức:

a) Hệ số của đa thức (đã thu gọn) là hệ số của số hạng có bậc cao nhất. Số hạng không chứa biến được gọi là hệ số tự do.

Ví dụ: Cho đa thức $f(x) = 6x^4 + 7x^3 - \frac{3}{2}x + \frac{1}{2}$

– Hệ số của đa thức là 6.

– Hệ số tự do là $\frac{1}{2}$

b) Giá trị của đa thức f(x) tại x = a, kí hiệu là f(a) có được bằng cách thay x = a vào đa thức f(x) rồi thu gọn lại.

II. BÀI TẬP

A. Bài tập mẫu

Thu gọn và sắp xếp các số hạng của đa thức sau theo lũy thừa giảm dần của biến. Tìm bậc của đa thức, hệ số cao nhất và hệ số tự do của chúng.

a) $3 + 5x^7 - 6x^2 - 8 - 11x^7 + x^5 + 7x^2$; b) $8x^5 + 7x - 6x^2 - 3x^5 + 2x^2 + 15$

c) $-1 + 15x + 8x^4 - 3x^2 - 8x^4$

Giải

a) $3 + 5x^7 - 6x^2 - 8 - 11x^7 + x^5 + 7x^2 = -6x^7 + x^5 + x^2 - 5$

+ Đa thức có bậc 7

+ Hệ số cao nhất của đa thức là –6

+ Hệ số tự do của đa thức là –5

b) $8x^5 + 7x - 6x^2 - 3x^5 + 2x^2 + 15 = 5x^5 - 4x^2 + 7x + 15$

+ Đa thức có bậc 5

+ Hệ số cao nhất của đa thức là 5.

+ Hệ số tự do của đa thức là 15

c) $-1 + 15x + 8x^4 - 3x^2 - 8x^4 = -3x^2 + 15x - 1$

+ Đa thức có bậc 2

+ Hệ số cao nhất của đa thức là –3

+ Hệ số tự do của đa thức là –1

B. Bài tập giáo khoa cơ bản

39. Cho đa thức; $P(x) = 2 + 5x^2 - 3x^3 + 4x^2 - 2x - x^3 + 6x^5$

a) Thu gọn và sắp xếp các số hạng của đa thức theo lũy thừa giảm dần của biến.

b) Viết các hệ số khác 0 của đa thức P(x).

40. Cho đa thức $Q(x) = x^2 + 2x^4 + 4x^3 - 5x^6 + 3x^2 - 4x - 1$.

a) Sắp xếp các hạng tử của Q(x) theo lũy thừa giảm dần của biến.

b) Chỉ ra các hệ số khác 0 của Q(x).

41. Viết một đa thức một biến có hai hạng tử mà hệ số cao nhất là 5, hệ số tự do là –1.

42. Tính giá trị của đa thức: $P(x) = x^2 - 6x + 9$ tại $x = 3$ và $x = -3$.

43. Trong các số cho ở mỗi đa thức bên phải, số nào là bậc của đa thức đó?

a) $5x^2 - 2x^3 + x^4 - 3x^2 - 5x^5 + 1$	–5	5	4
b) $15 - 2x$	15	–2	1
c) $3x^5 + x^3 - 3x^5 + 1$	3	5	1
d) – 1	1	–1	0

Giải

39. a) Ta có: $P(x) = 2 + 5x^2 - 3x^3 + 4x^2 - 2x - x^3 + 6x^5$

$= 6x^5 - 4x^3 + 9x^2 - 2x + 2$

b) Hệ số cao nhất của đa thức là 6

- Hệ số của x^3 là -4
- Hệ số của x^2 là 9
- Hệ số của x là -2
- Hệ số tự do của đa thức là 2

40. a) Ta có: $Q(x) = x^2 + 2x^4 + 4x^3 - 5x^6 + 3x^2 - 4x - 1$

$= -5x^6 + 2x^4 + 4x^3 + 4x^2 - 4x - 1$

b) * $Q(x) = -5x^6 + 0x^5 + 2x^4 + 4x^3 + 4x^2 - 4x - 1x^0$

* Các hệ số của đa thức Q(x) là:

- Hệ số của x^0 là -1
- Hệ số của x là -4
- Hệ số của x^2 là $+4$
- Hệ số của x^3 là $+4$
- Hệ số của x^4 là 2
- Hệ số của x^6 là -5

41. Học sinh tự viết.

Ví dụ: $5x^2 - 1$; $5x - 1$; ...

42. – Thay x = 3 vào biểu thức P(x), ta được:

$$P(x) = x^2 - 6x + 9 = 3^2 - 6.3 + 9 = 9 - 18 + 9 = 0$$

Vậy giá trị của biểu thức P(x) tại x = 3 là 0

– Thay x = –3 vào biểu thức P(x), ta được:

$$P(x) = x^2 - 6x + 9 = (-3)^2 - 6.(-3) + 9 = 9 + 18 + 9 = 36$$

Vậy giá trị của biểu thức P(x) tại x = –3 là 36

43. a) Số 5 là bậc của đa thức: $5x^2 - 2x^3 + 4x^4 - 3x^2 - 5x^5 + 1$

b) Số 1 là bậc của đa thức: $1 - 2x$

c) Số 3 là bậc của đa thức: $3x^5 + x^3 - 3x^5 + 1 = x^3 + 1$

(Rút gọn đa thức xong mới tìm bậc của nó)

d) Số 0 là bậc của đa thức: -1 (vì $-1 = -x^0$ với $x \neq 0$)

§8. CỘNG VÀ TRỪ ĐA THỨC MỘT BIẾN

I. KIẾN THỨC CƠ BẢN

Quy tắc: Để cộng hoặc trừ các đa thức một biến, ta có thể thực hiện một trong hai cách sau đây:

Cách 1: Tương tự như cộng, trừ đa thức đã học ở §6.

Cách 2: Sắp xếp chúng cùng theo lũy thừa giảm (hoặc tăng) dần của biến rồi đặt phép tính như trường hợp cộng và trừ các số (chú ý đặt các đơn thức đồng dạng ở trong cùng một cột).

II. BÀI TẬP SÁCH GIÁO KHOA

A. Bài tập mẫu

Tính f(x) + g(x) sau khi sắp xếp chúng theo thứ tự tăng dần của biến, biết:

$f(x) = 1 + x^5 - 3x^2 + \frac{1}{3}x^4$; $\quad g(x) = 3x^7 - 7x^6 + \frac{2}{3}x^4 - x^5 - 8 - 2x$

Giải

Ta có:

$$\begin{array}{rcl} f(x) & = & 1 \qquad\qquad - 3x^2 + \frac{1}{3}x^4 + x^5 \\ + \quad g(x) & = & -8 - 2x \qquad\qquad + \frac{2}{3}x^4 - x^5 \quad - 7x^6 + 3x^7 \\ \hline f(x) + g(x) & = & -7 - 2x - 3x^2 + x^4 \qquad\qquad - 7x^6 + 3x^7 \end{array}$$

B. Bài tập giáo khoa cơ bản

44. Cho hai đa thức:

$$P(x) = -5x^3 - \frac{1}{3} + 8x^4 + x^2 \text{ và } Q(x) = x^2 - 5x - 2x^3 + x^4 - \frac{2}{3}$$

Hãy tính P(x) + Q(x) và P(x) – Q(x).

45. Cho đa thức $P(x) = x^4 - 3x^2 + \frac{1}{2} - x$. Tìm đa thức Q(x), R(x) sao cho:

a) $P(x) + Q(x) = x^5 - 2x^2 + 1$; b) $P(x) - R(x) = x^3$.

46. Viết đa thức $P(x) = 5x^3 - 4x^2 + 7x - 2$ dưới dạng:

a) Tổng của hai đa thức một biến;

b) Hiệu của hai đa thức một biến

Bạn Vinh nêu nhận xét: "Ta có thể viết đa thức đã cho thành tổng của hai đa thức bậc 4". Đúng hay sai? Vì sao?

47. Cho các đa thức: $P(x) = 2x^4 - x - 2x^3 + 1$

$Q(x) = 5x^2 - x^3 + 4x$

$H(x) = -2x^4 + x^2 + 5.$

Tính $P(x) + Q(x) + H(x)$ và $P(x) - Q(x) - H(x)$.

48. Chọn đa thức mà em cho là kết quả đúng.

$(2x^3 - 2x + 1) - (3x^2 + 4x - 1) = ?$

$2x^3 + 3x^2 - 6x + 2$	
$2x^3 - 3x^2 - 6x + 2$	
$2x^3 - 3x^2 + 6x + 2$	
$2x^3 - 3x^2 - 6x - 2$	

Giải

44. a) Ta có

$$
\begin{array}{rl}
P(x) & = 8x^4 - 5x^3 + x^2 \qquad - \frac{1}{3} \\
+ \quad Q(x) & = x^4 - 2x^3 + x^2 - 5x - \frac{2}{3} \\
\hline
P(x) + Q(x) & = 9x^4 - 7x^3 + 2x^2 - 5x - 1
\end{array}
$$

b)

$$
\begin{array}{rl}
P(x) & = 8x^4 - 5x^3 + x^2 \qquad - \frac{1}{3} \\
- \quad Q(x) & = x^4 - 2x^3 + x^2 - 5x - \frac{2}{3} \\
\hline
P(x) - Q(x) & = 7x^4 - 3x^3 \qquad + 5x + \frac{1}{3}
\end{array}
$$

45. a) Ta có: $P(x) + Q(x) = x^5 - 2x^2 + 1$

$\Rightarrow \quad Q(x) = x^5 - 2x^2 + 1 - P(x) = x^5 - 2x^2 + 1 - (x^4 - 3x^2 + \frac{1}{2} - x)$

$= x^5 - 2x^2 + 1 - x^4 + 3x^2 - \frac{1}{2} + x = x^5 - x^4 + x^2 + x + \frac{1}{2}$

b) Ta có: $P(x) - R(x) = x^3 \Rightarrow R(x) = P(x) - x^3$

$R(x) = x^4 - 3x^2 + \frac{1}{2} - x - x^3 = x^4 - x^3 - 3x^2 - x + \frac{1}{2}$

46. a) Ta có thể viết đa thức $5x^3 - 4x^2 + 7x - 2$ thành tổng của hai đa thức như sau:

$$5x^3 - 4x^2 + 7x - 2 = 5x^3 + (-4x^2 + 7x - 2)$$

Hoặc $$5x^3 - 4x^2 + 7x - 2 = (5x^3 - 4x^2) + (7x - 2)$$

b) Hiệu của hai đa thức:

$$5x^3 - 4x^2 + 7x - 2 = 5x^3 - (4x^2 - 7x + 2)$$

Hoặc $$5x^3 - 4x^2 + 7x - 2 = (5x^3 - 4x^2) - (-7x + 2)$$

* Bạn Vinh nêu nhận xét: "Ta có thể viết đa thức đã cho thành tổng của hai đa thức bậc 4" là đúng. Chẳng hạn:

$$5x^3 - 4x^2 + 7x - 2 = (x^4 + 4x^3 - 3x^2 + 7x - 2) + (-x^4 + x^3 - x^2)$$

47. a) Tính $P(x) + Q(x) + H(x)$

Ta có:

	$P(x)$	$= 2x^4$	$-2x^3$		$-x$	$+1$
+	$Q(x)$	$=$	$-x^3$	$+5x^2$	$+4x$	
	$H(x)$	$= -2x^4$		$+x^2$		$+5$
	$P(x) + Q(x) + H(x)$	$=$	$-3x^3$	$+6x^2$	$+3x$	$+6$

b) Tính $P(x) - Q(x) - H(x)$

Ta có: $2x^4 - x - 2x^3 + 1 - (5x^2 - x^3 + 4x) - (-2x^4 + x^2 + 5)$

$= 2x^4 - x - 2x^3 + 1 - 5x^2 + x^3 - 4x + 2x^4 - x^2 - 5$

$= (2 + 2)x^4 + (-2 + 1)x^3 + (-5 - 1)x^2 + (-1 - 4)x + 1 - 5$

$= 4x^4 - x^3 - 6x^2 - 5x - 4$

48. Ta có: $(2x^3 - 2x + 1) - (3x^2 + 4x - 1) = 2x^3 - 2x + 1 - 3x^2 - 4x + 1$

$= 2x^3 - 3x^2 - 6x + 2$

(Em tự đánh dấu x vào ô có kết quả như trên).

Luyện tập

49. Hãy tìm bậc của các đa thức sau: $M = x^2 - 2xy + 5x^2 - 1$;

$N = x^2y^2 - y^2 + 5x^2 - 3x^2y + 5$.

50. Cho các đa thức: $N = 15y^3 + 5y^2 - y^5 - 5y^2 - 4y^3 - 2y$

$M = y^2 + y^3 - 3y + 1 - y^2 + y^5 - y^3 + 7y^5$.

a) Thu gọn các đa thức trên.

b) Tính N + M và N – M

51. Cho các đa thức: $P(x) = 3x^2 - 5 + x^4 - 3x^3 - x^6 - 2x^2 - x^3$

$Q(x) = x^3 + 2x^5 - x^4 + x^2 - 2x^3 + x - 1$.

a) Thu gọn các đa thức trên rồi sắp xếp theo lũy thừa tăng của biến.

b) Tính $P(x) + Q(x)$; $P(x) - Q(x)$.

52. Tính giá trị của đa thức: $P(x) = x^2 - 2x - 8$ tại: $x = -1$; $x = 0$ và $x = 4$.

53. Cho các đa thức: $P(x) = x^5 - 2x^4 + x^2 - x + 1$

$Q(x) = 6 - 2x + 3x^3 + x^4 - 3x^5$.

Tính $P(x) - Q(x)$ và $Q(x) - P(x)$. Có nhận xét gì về các hệ số của hai đa thức tìm được?

Giải

49. – Ta có: $M = x^2 - 2xy + 5x^2 - 1 = 6x^2 - 2xy - 1$

Đa thức $M = 6x^2 - 2xy - 1$ là đa thức bậc 2.

– Ta có đa thức: $N = x^2y^2 - y^2 + 5x^2 - 3x^2y + 5$ là đa thức bậc 4 (đối với tập hợp các biến số)

50. a) Ta có: $N = 15y^3 + 5y^2 - y^5 - 5y^2 - 4y^3 - 2y = -y^5 + 11y^3 - 2y$

– Ta có: $M = y^2 + y^3 - 3y + 1 - y^2 + y^5 - y^3 + 7y^5 = 8y^5 - 3y + 1$

b) * Tính $N + M$:

$$N + M = -y^5 + 11y^3 - 2y + 8y^5 - 3y + 1 = 7y^5 + 11y^3 - 5y + 1$$

* Tính $N - M$:

$$N - M = (-y^5 + 11y^3 - 2y) - (8y^5 - 3y + 1)$$

$$= -y^5 + 11y^3 - 2y - 8y^5 + 3y - 1 = -9y^5 + 11y^3 + y - 1$$

51. a) $P(x) = 3x^2 - 5 + x^4 - 3x^3 - x^6 - 2x^2 - x^3 = -5 + x^2 - 4x^3 + x^4 - x^6$

$Q(x) = x^3 + 2x^5 - x^4 + x^2 - 2x^3 + x - 1 = -1 + x + x^2 - x^3 - x^4 + 2x^5$

b)

$$\begin{array}{lrlllll}
 & P(x) & = -5 & + x^2 & - 4x^3 & + x^4 & & - x^6 \\
+ & Q(x) & = -1 + x & + x^2 & - x^3 & - x^4 & + 2x^5 & \\
\hline
 & P(x) + Q(x) & = -6 + x & + 2x^2 & - 5x^3 & & + 2x^5 & - x^6
\end{array}$$

và

$$\begin{array}{lrlllll}
 & P(x) & = -5 & + x^2 & - 4x^3 & + x^4 & & - x^6 \\
- & Q(x) & = -1 + x & + x^2 & - x^3 & - x^4 & + 2x^5 & \\
\hline
 & P(x) - Q(x) & = -4 - x & & - 3x^3 & + 2x^4 & - 2x^5 & - x^6
\end{array}$$

52. – Với $x = 1$ và $P(x) = x^2 - 2x + 8$

$$P(1) = 1^2 - 2.1 - 8 = -9$$

– Với $x = 0$ ta có: $P(0) = 0^2 - 2.0 - 8 = -8$

Vậy giá trị của đa thức $P(x)$ tại $x = 0$ bằng -8

– Với $x = 4$, ta có: $P(4) = (4)^2 - 2(4) - 8 = 16 - 8 - 8 = 0$

Vậy giá trị của đa thức $P(x)$ tại $x = 4$ bằng 0.

53. a) Tính P(x) – Q(x):

$$\begin{array}{rlllllll} & P(x) & = x^5 - 2x^4 & & + x^2 & - x & + 1 \\ - & Q(x) & = -3x^5 + x^4 & + 3x^3 & & - 2x & + 6 \\ \hline & P(x) - Q(x) & = 4x^5 - 3x^4 & - 3x^3 & + x^2 & + x & - 5 \end{array}$$

b) Tính Q(x) – P(x):

$$\begin{array}{rlllllll} & Q(x) & = -3x^5 + x^4 & + 3x^3 & & - 2x & + 6 \\ - & P(x) & = x^5 - 2x^4 & & + x^2 & - x & + 1 \\ \hline & P(x) - Q(x) & = -4x^5 + 3x^4 & + 3x^3 & - x^2 & - x & + 5 \end{array}$$

* Nhận xét về hệ số của hai đa thức tìm được: Đối chiếu hai kết quả tìm được của P(x) – Q(x) và Q(x) – P(x) ta thấy hệ số của từng lũy thừa là các số đối nhau.

§9. NGHIỆM CỦA ĐA THỨC MỘT BIẾN

I. KIẾN THỨC CƠ BẢN

1. Nghiệm của đa thức một biến:

Cho đa thức P(x).

Nếu tại x = a, đa thức P(x) có giá trị bằng 0 thì ta nói a (hoặc x = a) là một nghiệm của đa thức P(x).

2. Số nghiệm của đa thức một biến:

Một đa thức (khác đa thức 0) có thể có 1, 2, 3, ..., n nghiệm hoặc không có nghiệm nào.

Tổng quát: Số nghiệm của một đa thức (khác đa thức 0) không vượt quá bậc của nó.

II. BÀI TẬP SÁCH GIÁO KHOA

A. Bài tập mẫu

Kiểm tra rằng: Đa thức $3x^2 + x - \frac{2}{3}$ có hai nghiệm là $x = \frac{1}{3}$ và $x = -\frac{2}{3}$.

Giải

Đặt $f(x) = 3x^2 + x - \frac{2}{3}$. Thế $x = \frac{1}{3}$ vào đa thức f(x) ta được:

$$f\left(\frac{1}{3}\right) = 3\left(\frac{1}{3}\right)^2 + \frac{1}{3} - \frac{2}{3} = 3.\frac{1}{9} + \frac{1}{3} - \frac{2}{3} = 0$$

Điều này chứng tỏ rằng $x = \frac{1}{3}$ là nghiệm của đa thức $f(x) = 3x^2 + x - \frac{2}{3}$.

Tương tự, thế $x = -\frac{2}{3}$ và f(x), ta được:

$$f(-\frac{2}{3}) = 3(-\frac{2}{3})^2 + (-\frac{2}{3}) - \frac{2}{3} = 3.\frac{4}{9} - \frac{2}{3} - \frac{2}{3} = 0$$

Điều này chứng tỏ rằng $x = -\frac{2}{3}$ là nghiệm của đa thức $f(x) = 3x^2 + x - \frac{2}{3}$.

B. Bài tập giáo khoa cơ bản

54. Kiểm tra xem:

a) $x = -\frac{1}{10}$ có phải là nghiệm của đa thức: $P(x) = 5x + \frac{1}{2}$ không?

b) Mỗi số x = 1; x = 3 có phải là một nghiệm của đa thức $Q(x) = x^2 - 4x + 3$ không?

55. a) Tìm nghiệm của đa thức: $P(y) = 3y + 6$;

b) Chứng tỏ rằng đa thức sau không có nghiệm: $Q(y) = y^4 + 2$.

56. Đố: Bạn Hùng nói: "Ta chỉ có thể viết được một đa thức một biến có nghiệm bằng 1".

Bạn Sơn nói: "Có thể viết được nhiều đa thức một biến có một nghiệm bằng 1".

Ý kiến của em?

Giải

54. a) Với $P(x) = 5x + \frac{1}{2}$

Thế $x = -\frac{1}{10}$ vào đa thức $P(x) = 5x + \frac{1}{2}$ ta được:

$$P(-\frac{1}{10}) = 5.(-\frac{1}{10}) + \frac{1}{2} = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 0$$

Với $x = -\frac{1}{10}$ thì $P(x) = 0$

Vậy $x = -\frac{1}{10}$ là nghiệm của đa thức $P(x) = 5x + \frac{1}{2}$

b) Với $Q(x) = x^2 - 4x + 3$

– Thế x = 1 vào Q(x), ta được: $Q(1) = 1^2 - 4.1 + 3 = 1 - 4 + 3 = 0$

Vậy $x = 1$ là nghiệm của đa thức $Q(x) = x^2 - 4x + 3$

– Thế $x = 3$ vào $Q(x)$, ta được: $Q(3) = 3^2 - 4.3 + 3 = 9 - 12 + 3 = 0$

Vậy $x = 3$ là nghiệm của đa thức $Q(x) = x^2 - 4x + 3$

55. a) Cho $P(y) = 3y + 6 = 0 \Rightarrow 3y = -6 \Rightarrow y = \frac{-6}{3} = -2$

Vậy $y = -2$ là nghiệm của đa thức $P(y) = 3y + 6$

b) Chứng tỏ đa thức $Q(y) = y^4 + 2$ không có nghiệm.

Thật vậy, ta có $y^4 \geq 0$ với mọi $y \in R$

Suy ra: $y^4 + 2 \geq 2$ với mọi $y \in R$ là nghiệm của đa thức $P(y) = 3y + 6$

Điều này chứng tỏ rằng đa thức $Q(y) = y^4 + 2$ không có nghiệm trong R.

56. *Hướng dẫn*: Bạn Sơn nói đúng: Ta có thể viết được nhiều đa thức một biến có một nghiệm bằng 1.

Ví dụ các đa thức sau đây đều có nghiệm bằng 1:

$$x - 1; \quad 2x - 2; \quad -\frac{1}{2}x - \frac{1}{2}; \ldots$$

ÔN TẬP CHƯƠNG IV

57. Viết một biểu thức đại số của hai biến x, y thỏa mãn từng điều kiện sau:

a) Vừa là đa thức vừa là đơn thức;

b) Là đa thức mà không phải là đơn thức.

58. Tính giá trị các biểu thức sau tại $x = 1$; $y = -1$ và $z = -2$:

a) $2xy\,(5x^2y + 3x - z)$;

b) $xy^2 + y^2z^3 + z^3x^4$.

59. Hãy điền đơn thức thích hợp vào mỗi ô trống dưới đây:

$5xyz$ ·	$5x^2yz$	=	$25x^3y^2x^2$
	$15x^3y^2z$	=	
	$25x^4yz$	=	
	$-x^2yz$	=	
	$-\frac{1}{2}xy^3z$	=	

60. Có hai vòi nước: vòi thứ nhất chảy vào bể A, vòi thứ hai chảy vào bể B. Bể A đã có sẵn 100 lít nước. Bể B chưa có nước. Mỗi phút vòi thứ nhất chảy được 30 lít, vòi thứ hai chảy được 40 lít.

a) Tính lượng nước có trong mỗi bể sau thời gian 1, 2, 3, 4, 10 phút rồi điền kết quả vào bảng sau (giả thiết bể đủ lớn để chứa nước).

Phút / Bể	1	2	3	4	10
Bể A	100 + 30				
Bể B	0 + 40				
Cả hai bể	170				

b) Viết biểu thức đại số biểu thị số lít nước trong mỗi bể sau thời gian x phút.

61. Tính tích các đơn thức sau rồi tìm hệ số và bậc của tích cần tìm được.

a) $\frac{1}{4}xy^3$ và $-2x^2yz^2$; b) $-2x^2yz$ và $-3xy^3z$.

62. Cho hai đa thức: $P(x) = x^5 - 3x^2 + 7x^4 - 9x^3 + x^2 - \frac{1}{4}x$

$Q(x) = 5x^4 - x^5 + x^2 - 2x^3 + 3x^2 - \frac{1}{4}$

a) Sắp xếp các hạng tử của mỗi đa thức trên theo lũy thừa giảm của biến.

b) Tính P(x) + Q(x) và P(x) – Q(x).

c) Chứng tỏ rằng x = 0 là nghiệm của đa thức P(x) nhưng không phải là nghiệm của đa thức Q(x).

63. Cho đa thức: $M(x) = 5x^3 + 2x^4 - x^2 + 3x^2 - x^3 - x^4 + 1 - 4x^3$

a) Sắp xếp các hạng tử của đa thức trên theo lũy thừa giảm của biến.

b) Tính M(1) và M(–1).

c) Chứng tỏ rằng đa thức trên không có nghiệm.

64. Hãy viết các đơn thức đồng dạng với đơn thức x^2y sao cho tại x = –1 và y = 1, giá trị của các đơn thức đó là số tự nhiên nhỏ hơn 10.

65. Trong các số cho bên phải mỗi đa thức, số nào là nghiệm của đa thức đó?

a) $A(x) = 2x - 6$ $\quad -3 \quad 0 \quad 3$

b) $B(x) = 3x + \frac{1}{2}$ $\quad -\frac{1}{6} \quad -\frac{1}{3} \quad \frac{1}{6} \quad \frac{1}{3}$

c) $M(x) = x^2 - 3x + 2$ $\quad -2 \quad -1 \quad 1 \quad 2$

d) $P(x) = x^2 + 5x - 6$ $\quad -6 \quad -1 \quad 1 \quad 6$

e) $Q(x) = x^2 + x$ $\quad -1 \quad 0 \quad \frac{1}{2} \quad 1$

Giải

57. a) – Học sinh tự viết. Ví dụ: $P(x) = xy^2$ (Vì đơn thức cũng là một đa thức)

b) – Học sinh tự viết. Ví dụ: $2x^2 + 3y$.

58. a) Đặt $P = 2xy(5x^2y + 3x - z)$. Với $x = 1$; $y = -1$ và $z = -2$, ta có:

$$P = 2.1.(-1).[5.1^2.(-1) + 3.1 - (-2)] = -2(-5 + 3 + 2) = -2.0 = 0$$

Vậy $P = 0$.

b) Đặt $Q = xy^2 + y^2z^3 + z^3x^4$. Với $x = 1$; $y = -1$ và $z = -2$, ta có:

$$Q = 1(-1)^2 + (-1)^2.(-2)^3 + (-2)^3.1^4 = 1 - 8 - 8 = -15$$

Vậy $Q = -15$.

59. Học sinh tự làm

60. a) – Sau 1 phút bể A có 100 + 30.1 = 130 (lít) và bể B có 40.1 = 40 (lít)

Khi đó cả hai bể có 130 + 40 = 170 lít.

– Sau 2 phút bể A có 100 + 30.2 = 160 (lít) và bể B có 40.2 = 80 (lít)

Khi đó cả hai bể có 160 + 80 = 240 lít.

– Sau 3 phút bể A có 100 + 30.3 = 190 (lít) và bể B có 40.3 = 120 (lít)

Khi đó cả hai bể có 190 + 120 = 310 lít.

– Sau 4 phút bể A có 100 + 30.4 = 220 (lít) và bể B có 40.4 = 160 (lít)

Khi đó cả hai bể có 220 + 160 = 380 lít.

– Sau 10 phút bể A có 100 + 30.10 = 400 (lít) và bể B có 40.10 = 400 (lít)

Khi đó cả hai bể có 400 + 400 = 800 lít.

* Điền vào bảng, ta có kết quả như sau:

Bể \ Phút	1	2	3	4	10
Bể A	100 + 30	160	190	220	400
Bể B	0 + 40	80	120	160	400
Cả hai bể	170	240	310	380	800

b) – Biểu thức đại số mô tả số lít nước có được ở bể A sau thời gian x phút là: $100 + 30x$

– Biểu thức đại số mô tả số lít nước có được ở bể B sau thời gian x phút là: $40x$.

61. a) – Ta có: $\frac{1}{4}xy^3.(-2x^2yz^2) = \frac{1}{4}(-2)xy^3.x^2yz^2 = -\frac{1}{2}x^3y^4z^2$

– Hệ số của tích là $-\frac{1}{2}$ và tích có bậc là 9.

b) – Ta có: $2x^2yz.(-3xy^3z) = -(2).(-3)x^2yz.xy^3z = 6x^3y^4z^2$

– Hệ số của tích là 6 và tích có bậc là 9.

62. a) Ta có:

$$P(x) = x^5 - 3x^2 + 7x^4 - 9x^3 + x^2 - \frac{1}{4}x = x^5 + 7x^4 - 9x^3 - 2x^2 - \frac{1}{4}x$$

$$Q(x) = 5x^4 - x^5 + x^2 - 2x^3 + 3x^2 - \frac{1}{4} = -x^5 + 5x^4 - 2x^3 + 4x^2 - \frac{1}{4}$$

b) Khi đó

$$\begin{array}{rlllllll}
Q(x) & = x^5 & + 7x^4 & - 9x^3 & - 2x^2 & - \frac{1}{4}x & \\
P(x) & = -x^5 & + 5x^4 & - 2x^3 & + 4x^2 & & - \frac{1}{4} \\
\hline
P(x) + Q(x) & = & 12x^4 & - 11x^3 & + 2x^2 & - \frac{1}{4}x & - \frac{1}{4} \\
\hline
\text{và } P(x) - Q(x) & = 2x^5 & + 2x^4 & - 7x^3 & - 6x^2 & - \frac{1}{4}x & + \frac{1}{4}
\end{array}$$

c) * Thay x = 0 và P(x), ta được: $P(0) = 0^5 + 7.0^4 - 9.0^3 - 2.0^2 - \frac{1}{4}.0 = 0$

Vậy x = 0 là nghiệm của đa thức P(x).

* Thay x = 0 vào Q(x), ta được: $Q(0) = -0^5 + 5.0^4 - 2.0^3 + 4.0^2 - \frac{1}{4} = -\frac{1}{4} \neq 0$

Vậy x = 0 không là nghiệm của đa thức Q(x)

63. a) Ta có: $M(x) = 5x^3 + 2x^4 - x^2 + 3x^2 - x^3 - x^4 + 1 - 4x^3 = x^4 + 2x^2 + 1$

b) Ta có $M(1) = 1^4 + 2.1^2 + 1 = 1 + 2 + 1 = 4$

và $M(-1) = (-1)^4 + 2.(-1)^2 + 1 = 1 + 2 + 1 = 4$

c) Ta có $M(x) = x^4 + 2x^2 + 1 = (x^2 + 1)^2$

Nhận xét: Vì $x^2 \geq 0 \Rightarrow x^2 + 1 > 1 \Rightarrow (x^2 + 1)^2 > 1 > 0$ với mọi $x \in R$

Vậy $M(x) = (x^2 + 1)^2 > 0$ với mọi $x \in R$. Điều này chứng tỏ rằng M(x) không có nghiệm trong R.

64. Học sinh tự làm.

65. a) Hướng dẫn cách tìm nghiệm:

– Cho đa thức $A(x) = 2x - 6 = 0$

– Tìm x: $2x - 6 = 0 \Rightarrow 2x = 6 \Rightarrow x = 3$.

Vậy x = 3 là nghiệm của đa thức 2x – 6

b) Tương tự $x = -\frac{1}{6}$

c) Cho $x^2 - 3x + 2 = 0$ hay $(x - 1)(x - 2) = 0$ $\Rightarrow x = 1$ hoặc $x = 2$

d) Cho $x^2 + 5x - 6 = (x - 1)(x + 6) = 0$ $\Rightarrow x = 1$ hoặc $x = -6$

e) Cho $x^2 + x = 0$ $\Rightarrow x(x + 1) = 0$ $\Rightarrow x = 0$ hoặc $x = -1$.

CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM CHƯƠNG IV

Tổng kết cuối năm học, người ta thống kê số học sinh giỏi ở trường Trung học cơ sở A. Kết quả thu được như sau :

Lớp	*Số học sinh giỏi*	*Lớp*	*Số học sinh giỏi*
6A	7	8A	6
6B	5	8B	4
6C	8	8C	6
6D	6	8D	7
7A	4	9A	5
7B	6	9B	4
7C	7	9C	3
7D	5	9D	4

(Bảng I dùng cho các câu từ 1 đến 6)

1. *Chọn câu trả lời đúng.* Dấu hiệu cần tìm hiểu ở bảng số liệu trên là :

A. Tổng số học sinh ở trường A ;

B. Số học sinh giỏi của mỗi lớp ở trường A ;

C. Số học sinh của các lớp ;

D. Số các lớp của trường A.

2. *Chọn câu trả lời đúng.* Số giá trị của dấu hiệu cần tìm hiệu là :

A. 16 B. 4 C. 5 D. 8.

3. *Chọn câu trả lời đúng.* Số giá trị khác nhau trong dãy giá trị của giá trị đó là :

A. 16 B. 4 C. 6 D. 8.

4. *Chọn câu trả lời đúng.* Các giá trị khác nhau của dấu hiệu và tần số tương ứng của chúng được lập thành bảng nào sau đây ? (Gọi là bảng tần số).

A.

Giá trị (x)	4	5	6	7	8	9
Tần số (n)	1	2	2	2	1	1

B.

Giá trị (x)	3	4	5	6	7	8
Tần số (n)	2	2	3	2	4	1

C.

Giá trị (x)	2	3	5	7	8	9
Tần số (n)	1	4	3	4	3	1

D.

Giá trị (x)	3	4	5	6	7	8
Tần số (n)	1	4	3	4	3	1

5. *Chọn câu trả lời đúng.* Tổng số học sinh giỏi của từng khối : 6, 7, 8, 9 lần lượt là :

A. 26, 22, 23, 16 B. 20, 24, 26, 28

C. 22, 26, 21, 18 D. 16, 23, 22, 26.

6. *Chọn câu phát biểu đúng.*

A. Giá trị của dấu hiệu nhiều hơn số các đơn vị điều tra ;

B. Giá trị khác nhau của dấu hiệu bằng hoặc nhỏ hơn số các đơn vị điều tra ;

C. Giá trị khác nhau của dấu hiệu luôn luôn bằng số các đơn vị điều tra.

D. Giá trị khác nhau của dấu hiệu bằng hai lần số các đơn vị điều tra.

Cho bảng như sau :

Một tổ chức y tế đã kiểm tra sức khoẻ cho 100 học sinh lớp 1 ở trường tiểu học A. Kết quả về cân nặng của các học sinh (kí hiệu là x) được ghi lại ở bảng sau :

Cân nặng (kg)	*Số học sinh (em)*
$x \leq 15$	1
$15 < x \leq 16$	2
$16 < x \leq 17$	4
$17 < x \leq 18$	13
$18 < x \leq 19$	14
$19 < x \leq 20$	17
$20 < x \leq 21$	18
$21 < x \leq 22$	9
$22 < x \leq 23$	6
$23 < x \leq 24$	8
$24 < x \leq 25$	5
$x > 25$	3

(Bảng II dùng cho các câu từ 7 đến 12)

7. *Chọn câu trả lời đúng.* Dấu hiệu cần tìm hiểu ở bảng số liệu trên là :

A. Tổng số học sinh trường A ;

B. Cân nặng của mỗi học sinh trường A ;

C. Cân nặng của học sinh lớp 1 ở trường A ;

D. Số học sinh cân nặng từ 15 đến 25 kg ở trường A.

8. *Chọn câu trả lời đúng.* Số giá trị của dấu hiệu điều tra là :

A. 12 B. 25 C. 50 D. 100.

9. *Chọn câu trả lời đúng.* Số giá trị khác nhau của dấu hiệu điều tra là :

A. 10 B. 12 C. 14 D. 16.

10. Tỉ lệ học sinh có số cân nặng x kg thoả mãn $19 < x \leq 21$ kg chiếm bao nhiêu phần trăm ?

A. 35 B. 40 C. 25 D. 30.

11. *Chọn câu trả lời đúng.* Nếu xem số cân nặng x kg của học sinh lớp 1 đạt : $17 < x \leq 25$ kg là đảm bảo cân nặng thì số học sinh lớp 1 trường A đảm bảo về cân nặng chiếm bao nhiêu phần trăm ?

A. 90 B. 10 C. 15 D. 85.

12. *Chọn câu trả lời đúng.* Học sinh không đảm bảo về cân nặng (quá gầy hoặc quá mập) là những học sinh có cân nặng nhỏ hơn hoặc bằng 17 kg và lớn hơn 25 kg chiếm bao nhiêu phần trăm ?

A. 90 B. 95 C. 10 D. 5.

Cho bảng sau đây :

Đội cờ đỏ trường H điều tra về số giờ học ở nhà trong một ngày của 50 học sinh lớp 7, kết quả thống kê được ghi lại như sau :

3	2	4	3	5	4	3	5	2	1
5	4	4	3	2	3	3	5	2	3
4	1	5	2	5	3	1	4	3	1
2	3	2	4	1	2	2	3	2	4
2	4	2	3	3	4	3	5	4	3

(Bảng III dùng cho các câu từ 13 đến 20).

13. *Chọn câu trả lời đúng.* Dấu hiệu cần tìm hiểu ở bảng số liệu trên là :

A. Số học sinh lớp 7 ở trường H ;

B. Số giờ học ở nhà trong một ngày của học sinh lớp 7 ;

C. Số học sinh lớp 7 và giờ học ở nhà của mỗi học sinh ;

D. Số học sinh học ở nhà trong một ngày từ 1 đến 5 giờ.

14. *Chọn câu trả lời đúng.* Tỉ lệ phần trăm (%) học sinh có thời gian học ở nhà trong một ngày từ 3 đến 4 giờ là bao nhiêu ?

A. 48 B. 52 C. 60 D. 24.

15. *Chọn câu trả lời đúng.* Từ bảng số liệu trên, chúng ta rút ra được kết luận:

A. Thời gian học ở nhà của mỗi học sinh trong một ngày ít nhất là 1 giờ;

B. Học sinh học ở nhà 3 giờ mỗi ngày chiếm tỉ lệ cao nhất ;

C. Tỉ lệ học sinh học 1 giờ mỗi ngày chiếm 10% ;

D. Thời gian học ở nhà của mỗi học sinh trong một ngày nhiều nhất là 3 giờ.

16. *Chọn câu trả lời đúng.* Từ bảng số liệu, ta có thể lập được bảng tần số như sau :

A.

Giá trị (x)	1	2	3	4	5
Tần số (n)	5	12	15	11	7

B.

Giá trị (x)	1	2	3	4	5
Tần số (n)	7	11	15	12	5

C.

Giá trị (x)	1	2	3	4	5
Tần số (n)	5	10	16	12	7

D.

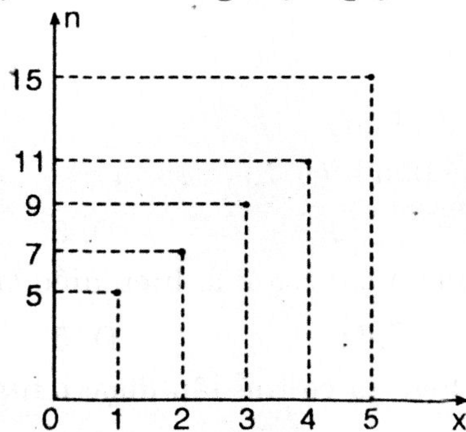
Giá trị (x)	7	11	15	12	5
Tần số (n)	1	2	3	4	5

17. *Chọn câu trả lời đúng.* Giá trị mốt của dấu hiệu là :

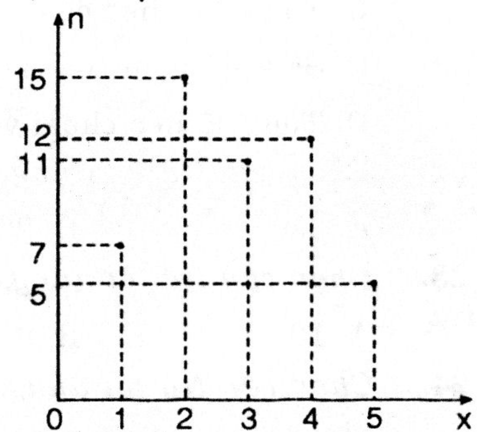
A. 2 B. 12 C. 3 D. 15.

18. *Chọn câu trả lời đúng.* Vẽ biểu đồ thể hiện giá trị và tần số của số giờ học ở nhà trong một ngày của học sinh lớp 7, ta được :

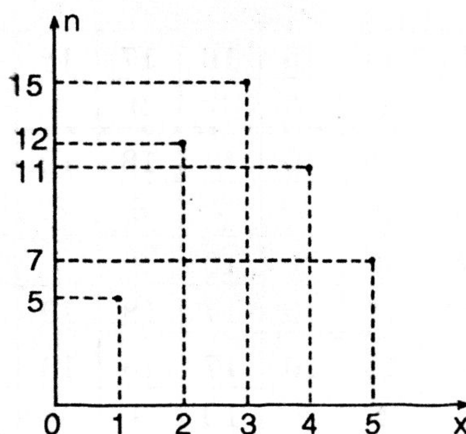
A.



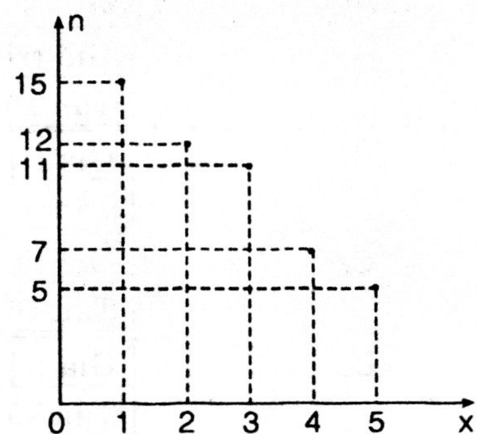
B.



C.



D.



19. *Chọn câu trả lời đúng.* Thời gian học ở nhà mỗi ngày của mỗi học sinh trung bình là :

A. 3,45 B. 2,82 C. 4,02 D. 3,06.

20. *Chọn câu trả lời đúng.* Nếu cho rằng học ở nhà 1 giờ mỗi ngày đối với học sinh lớp 7 là quá ít thì tỉ lệ học sinh học ở nhà quá ít chiếm bao nhiêu phần trăm (%) ?

A. 10 B. 20 C. 8 D. 15.

Cho bảng như sau.

Trong một trang trại chăn nuôi heo, họ muốn biết sau 1 tháng heo choai của họ tăng trọng được bao nhiêu ki-lô-gam nên đã lập bảng thống kê. Kết quả thu được số ki-lô-gam tăng trọng của từng con như sau :

14	17	18	16	19	18	14	15	17	18
10	20	16	15	13	14	18	19	20	17
16	18	17	17	19	20	13	18	16	14
17	20	13	16	17	19	17	15	18	16
13	19	17	19	16	15	14	16	17	18

(Bảng IV dùng cho các câu từ 21 đến 28)

21. *Chọn câu trả lời đúng.* Dấu hiệu cần tìm hiểu là :

A. Số ki-lô-gam tăng trọng trong 1 tháng của mỗi con heo choai ;

B. Tổng đàn heo của trang trại ;

C. Số ki-lô-gam của từng con heo ;

D. Tổng số heo choai và cân nặng của chúng.

22. *Chọn câu trả lời đúng.* Số giá trị của dấu hiệu điều tra là :

A. 35 B. 20 C. 60 D. 50.

23. *Chọn câu trả lời đúng.* Số giá trị khác nhau của dấu hiệu điều tra là :

A. 10 B. 8 C. 50 D. 5.

24. *Chọn câu trả lời đúng.* Từ bảng số liệu, ta có thể lập được bảng tần số như sau :

A.

Giá trị (x)	12	13	14	15	16	17	18	19
Tần số (n)	4	8	6	7	6	9	4	2

B.

Giá trị (x)	13	14	15	16	17	18	19	20
Tần số (n)	2	4	10	7	7	6	8	4

C.

Giá trị (x)	4	5	4	8	10	8	7	4
Tần số (n)	13	14	15	16	17	18	19	20

D.

Giá trị (x)	13	14	15	16	17	18	19	20
Tần số (n)	4	5	4	8	10	8	7	4

25. *Chọn câu trả lời đúng.* Giá trị mốt của dấu hiệu là :

A. $M_0 = 10$ B. $M_0 = 8$ C. $M_0 = 17$ D. $M_0 = 20$.

26. Hãy chọn câu phát biểu đúng :

A. Mốt của dấu hiệu là giá trị có tần số lớn nhất trong bảng tần số.

B. Mốt của dấu hiệu là tần số lớn nhất của giá trị.

C. Mốt của dấu hiệu chính là trung bình cộng của dấu hiệu.

D. Mốt của dấu hiệu là giá trị có tần số bé nhất trong bảng tần số.

27. *Chọn câu trả lời đúng.* Trong các công thức sau, công thức nào dùng để tính số trung bình cộng ?

A. $\overline{X} = \dfrac{N}{x_1n_1 + x_2n_2 + ... + x_tn_t}$ B. $\overline{X} = \dfrac{x_1 + x_2 + ... + x_t}{n_1 + n_2 + ... + n_t}$

C. $\overline{X} = \dfrac{x_1n_1 + x_2n_2 + ... + x_tn_t}{N}$ D. $\overline{X} = \dfrac{x_1 + x_2 + ... + x_t}{N}$.

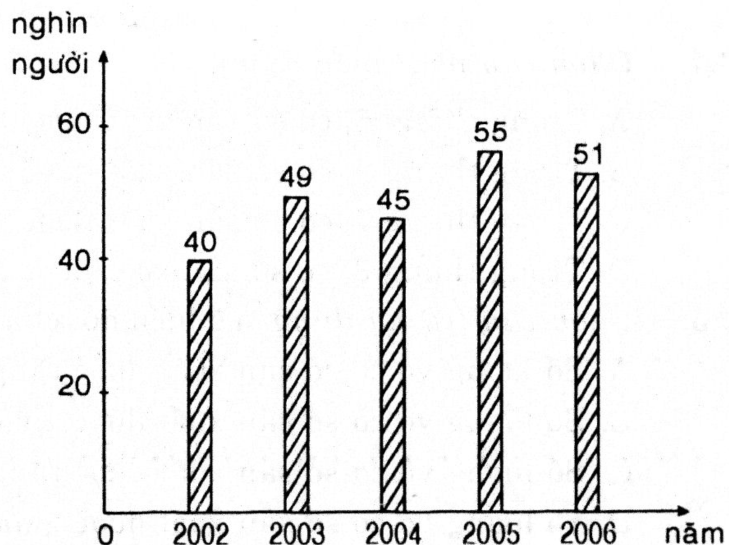
28. *Chọn câu trả lời đúng.* Số ki-lô-gam mà heo choai của trang trại tăng trọng trong một tháng trung bình là :

A. 15,59 B. 17,24 C. 16,25 D. 16,74.

Cho biểu đồ sau.

Biểu đồ I. Bệnh viện X đã thống kê số bệnh nhân đến chữa bệnh tại bệnh viện trong các năm gần đây, kết quả được thể hiện trên biểu đồ như sau :

(Biểu đồ I dùng cho các câu từ 29 đến 33)



29. *Chọn câu trả lời đúng.* Qua biểu đồ, ta thấy ở bệnh viện X, bệnh nhân đông nhất vào năm nào ?

A. 2002 B. 2004 C. 2005 D. 2006.

30. *Chọn câu trả lời đúng.* Trong những năm đó, năm nào bệnh viện có ít bệnh nhân nhất ?

A. 2002 B. 2004 C. 2003 D. 2006

31. *Chọn câu trả lời đúng.* Trong ba năm, năm 2002, 2003 và 2006 thì năm nào bệnh viện có nhiều bệnh nhân hơn ?

A. 2002 B. 2006 C. bằng nhau D. 2003.

32. *Chọn câu trả lời đúng.* Nhìn biểu đồ, chúng ta rút ra được kết luận :

A. Số bệnh nhân không đổi qua các năm ;

B. Số bệnh nhân giảm dần qua các năm ;

C. Số bệnh nhân tăng giảm không đều qua các năm ;

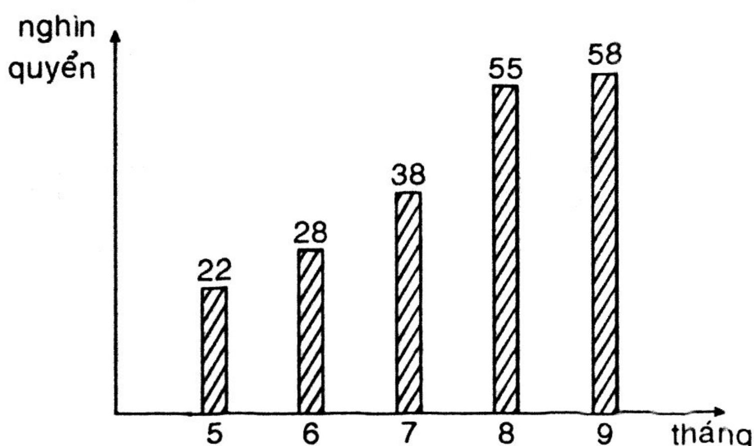
D. Số bệnh nhân tăng qua các năm.

33. Nếu bệnh viện đưa ra dự đoán rằng : Số bệnh nhân của năm 2007 là trên 60 nghìn người thì trong khoảng thời gian từ năm 2002 đến năm 2007, năm nào bệnh viện có số bệnh nhân đông nhất ?

A. 2007 B. 2005 C. 2002 D. 2006.

Cho biểu đồ sau.

Biểu đồ II. Một cơ sở sản xuất vở học sinh mới thành lập được 5 tháng có biểu đồ thể hiện số lượng vở sản xuất được trong các tháng như sau :



(Biểu đồ II dùng cho các câu từ 34 đến 38)

34. *Chọn câu phát biểu đúng.*

A. Trong tháng 5, cơ sở sản xuất được 30 nghìn quyển vở.

B. Trong tháng 9, cơ sở sản xuất được ít vở nhất.

C. Trong tháng 7, cơ sở sản xuất được nhiều vở nhất.

D. Trong tháng 8, cơ sở sản xuất được 55 nghìn quyển vở.

35. *Chọn câu trả lời đúng.* Từ biểu đồ, chúng ta có thể phát biểu như sau :

A. Số lượng vở cơ sở sản xuất được tăng dần qua các tháng ;

B. Số lượng vở cơ sở sản xuất được giữa các tháng bằng nhau ;

C. Số lượng vở cơ sở sản xuất được tăng giảm không đều qua các tháng;

D. Số lượng vở cơ sở sản xuất được giảm dần qua các tháng.

36. *Chọn câu trả lời đúng.* Số lượng vở sản xuất được trong tháng 7 là :

A. 22 nghìn quyển B. 58 nghìn quyển

C. 38 nghìn quyển D. 28 nghìn quyển.

37. *Chọn câu trả lời đúng.* Số lượng vở tháng 9 sản xuất được nhiều hơn tháng 7 là :

A. 16 nghìn quyển B. 20 nghìn quyển

C. 22 nghìn quyển D. 30 nghìn quyển.

38. *Chọn câu phát biểu sai.*

A. Từ tháng 5 đến tháng 6, số lượng vở sản xuất được tăng 6 nghìn quyển.

B. Từ tháng 8 đến tháng 9, số lượng vở sản xuất được tăng 10 nghìn quyển.

C. So với tháng 5, số lượng vở tháng 8 sản xuất được tăng hơn gấp đôi.

D. Trong 5 tháng : 5, 6, 7, 8, 9, số lượng vở sản xuất được trong tháng 9 là nhiều nhất.

HƯỚNG DẪN VÀ ĐÁP ÁN CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM CHƯƠNG IV

1. Dấu hiệu cần tìm hiểu là số học sinh giỏi của mỗi lớp ở trường A. *Chọn câu B.*

2. Có 16 lớp học, vậy có 16 đơn vị điều tra. Ứng với mỗi đơn vị điều tra sẽ có một giá trị, do đó có 16 giá trị của dấu hiệu. *Chọn câu A.*

3. Trong 16 giá trị của dấu hiệu có 6 giá trị khác nhau là : 3, 4, 5, 6, 7, 8. *Chọn câu C.*

4. *Chọn câu D.*

5. Để tính tổng số học sinh giỏi của mỗi khối, ta cộng số học sinh giỏi của 4 lớp A, B, C, D của lần lượt từng khối lớp. Kết quả số học sinh giỏi của khối lớp 6 là 26, khối lớp 7 là 22, khối lớp 8 là 23, khối lớp 9 là 16. *Chọn câu A.*

6. Giá trị (không nhất thiết phải khác nhau) của dấu hiệu bằng số các đơn vị điều tra. Giá trị khác nhau của dấu hiệu bằng hoặc nhỏ hơn số các đơn vị điều tra. *Chọn câu B.*

7. Dấu hiệu cần tìm là cân nặng của học sinh lớp 1 ở trường A. *Chọn câu C.*

8. Có 100 học sinh được điều tra, tức là 100 đơn vị điều tra. Ứng với mỗi đơn vị điều tra có một giá trị của dấu hiệu. Do đó có 100 giá trị của dấu hiệu. *Chọn câu D.*

9. Có 12 giá trị khác nhau của dấu hiệu điều tra là : 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 13, 14, 17, 18. *Chọn câu B.*

10. Để tính tỉ lệ học sinh có cân nặng từ 19 kg đến 21 kg, ta lấy tổng số học sinh có cân nặng nằm trong khoảng đó chia cho tổng số học sinh điều tra. Tỉ lệ học sinh có cân nặng từ 19 kg đến 21 kg bằng :

$\frac{17+18}{100}.100\% = 35\%$. *Chọn câu A.*

11. Tỉ lệ học sinh đảm bảo cân nặng từ 17 kg đến 25 kg chiếm :

$\frac{13+14+17+18+9+6+8+5}{100}.100\% = 90\%$. *Chọn câu A.*

12. Tỉ lệ học sinh không đảm bảo cân nặng (nhỏ hơn hoặc bằng 17 kg và lớn hơn 25 kg) chiếm : $\frac{1+2+4+3}{100}.100\% = 10\%$. *Chọn câu C.*

13. Dấu hiệu cần tìm hiểu ở bảng III là số giờ học ở nhà trong một ngày của học sinh lớp 7. *Chọn câu B.*

14. Tỉ lệ phần trăm của học sinh có thời gian học ở nhà từ 3 đến 4 giờ bằng :

$\frac{15+11}{50}.100\% = 52\%$. *Chọn câu B.*

15. *Chọn câu D.*

16. Các giá trị khác nhau của dấu hiệu là : 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5.

Tần số tương ứng của chúng lần lượt là : 5 ; 12 ; 15 ; 11 ; 7. *Chọn câu A.*

17. *Chọn câu C.*

18. Dựa vào bảng tần số ở câu 4, ta sẽ vẽ được biểu đồ. *Chọn câu C.*

19. Thời gian học ở nhà trung bình của mỗi học sinh bằng :

$$\overline{X} = \frac{x_1n_1 + x_2n_2 + ... + x_tn_t}{N} = \frac{1.5 + 2.12 + 3.15 + 4.11 + 5.7}{50} = 3{,}06.$$

Chọn câu D.

20. Tỉ lệ học sinh học ở nhà 1 giờ mỗi ngày bằng : $\frac{5}{50}.100\% = 10\%$. *Chọn câu A.*

21. Dấu hiệu cần tìm hiểu là số ki-lô-gam tăng trọng trong 1 tháng của mỗi con heo choai. *Chọn câu A.*

22. *Chọn câu D.*

23. Có 8 giá trị khác nhau của dấu hiệu là: 13 ; 14 ; 15 ; 16 ; 17 ; 18 ; 19 ; 20.

Chọn câu B.

24. Các giá trị khác nhau là : 13 ; 14 ; 15 ; 16 ; 17 ; 18 ; 19 ; 20.

Tần số tương ứng của chúng là : 4 ; 5 ; 4 ; 8 ; 10 ; 8 ; 7 ; 4. *Chọn câu D.*

25. Tần số cao nhất là 10 ứng với giá trị x = 17. Vậy mốt của dấu hiệu là 17.

Chọn câu C.

26. *Chọn câu A.*

27. *Chọn câu C.*

28. $$\overline{X} = \frac{x_1n_1 + x_2n_2 + ... + x_tn_t}{N} = \frac{13.4 + 4.5 + 15.4 + 16.8 + 17.10 + 18.8 + 19.7 + 20.4}{50}$$

$$= \frac{837}{50} = 16{,}74.$$ *Chọn câu D.*

29. Nhìn vào đồ thị, ta thấy cột nào cao nhất thì năm tương ứng sẽ có số bệnh nhân đông nhất (là năm 2005). *Chọn câu C.*

30. Năm 2002 có ít bệnh nhân nhất. *Chọn câu A.*

31. Cột đồ thị biểu hiện số bệnh nhân của năm 2006 cao hơn các năm 2002 và 2003 nên số bệnh nhân năm 2006 đông hơn. *Chọn câu B.*

32. *Chọn câu C.*

33. Từ năm 2002 đến năm 2006, số bệnh nhân tại bệnh viện luôn thấp hơn 60 nghìn người. Do đó nếu năm 2007 có số bệnh nhân trên 60 nghìn người thì năm 2007 có số bệnh nhân đông nhất. *Chọn câu A.*

34. *Chọn câu D.*

35. *Chọn câu A.*

36. *Chọn câu C.*

37. *Chọn câu B.*

38. *Chọn câu B.*

PHẦN HÌNH HỌC

Chương III.

QUAN HỆ GIỮA CÁC YẾU TỐ TRONG TAM GIÁC - CÁC ĐƯỜNG ĐỒNG QUY TRONG TAM GIÁC

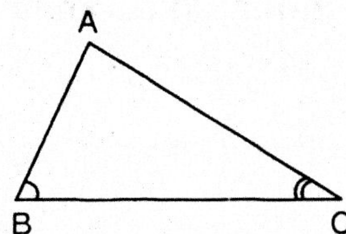
§1. QUAN HỆ GIỮA GÓC VÀ CẠNH ĐỐI DIỆN TRONG TAM GIÁC

I. KIẾN THỨC CƠ BẢN

1. Định lí 1:

Trong một tam giác góc đối diện với cạnh lớn hơn là góc lớn hơn.

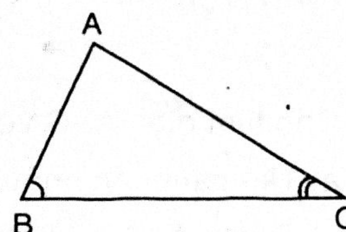
GT	$\Delta ABC: AC > AB$
KL	$\hat{B} > \hat{C}$



Định lí 2:

Trong một tam giác, cạnh đối diện với góc lớn hơn là cạnh lớn hơn.

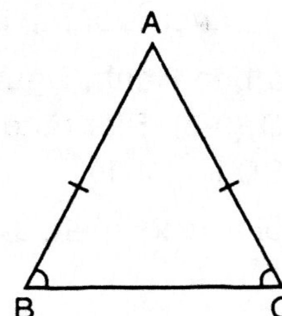
GT	ΔABC $\hat{B} > \hat{C}$
KL	$AC > AB$



2. Chú ý: Trong tam giác cân ABC (đỉnh A), ta đã chứng minh được:

a) $AB = AC \Rightarrow \hat{C} = \hat{B}$

b) $\hat{C} = \hat{B} \Rightarrow AB = AC$



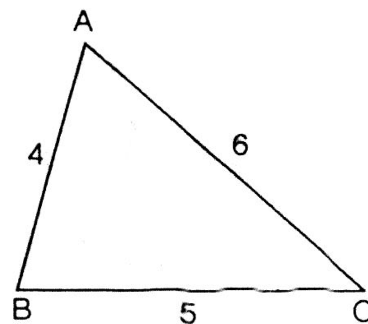
II. BÀI TẬP SÁCH GIÁO KHOA

A. Bài tập mẫu

1. So sánh các góc của tam giác ABC biết rằng AB = 4cm; BC = 5cm; AC = 6cm.

2. So sánh các cạnh của tam giác ABC biết rằng $\widehat{A} = 92^0$; $\widehat{B} = 48^0$.

Giải



1. Trong ΔABC đối diện với cạnh AB là góc C, đối điện với cạnh BC là góc A, đối diện với cạnh AC là góc B.

   Mà AB < BC < AC nên $\widehat{C} < \widehat{A} < \widehat{B}$

2. Trong tam giác ABC, ta có

   $\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} = 180^0$

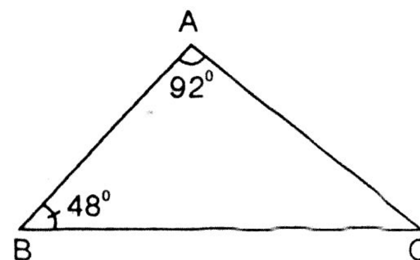
   $\Rightarrow \widehat{C} = 180^0 - (\widehat{A} + \widehat{B})$

   $= 180^0 - (92^0 + 48^0)$

   $= 180^0 - 140^0 = 40^0$

   Vậy $\widehat{A} > \widehat{B} > \widehat{C}$.

   Suy ra BC > AC > AB.



B. Bài tập giáo khoa cơ bản

1. So sánh các góc của tam giác ABC, biết rằng: AB = 2cm; BC = 4cm; AC = 5cm.

2. So sánh các cạnh của tam giác ABC, biết rằng: $\widehat{A} = 80^0$; $\widehat{B} = 45^0$.

Giải

(Học sinh tự làm theo bài tập mẫu).

Luyện tập

3. Cho tam giác ABC với $\widehat{A} = 100^0$, $\widehat{B} = 40^0$.

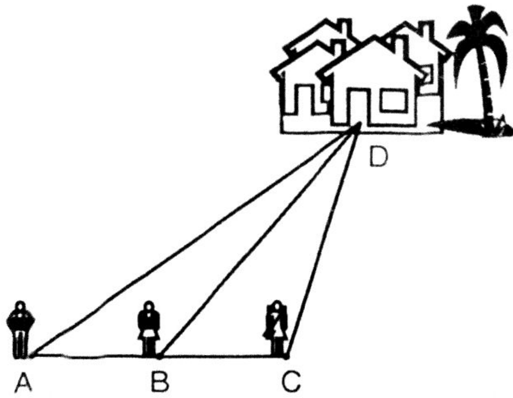
   a) Tìm cạnh lớn nhất của tam giác ABC.

   b) Tam giác ABC là tam giác gì?

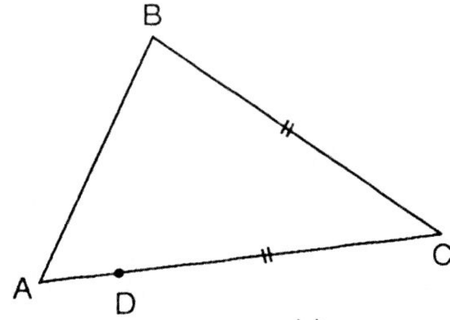
4. Trong một tam giác, đối diện với cạnh nhỏ nhất là góc gì (trong các loại góc: nhọn, vuông, tù)? Tại sao?

5. Ba bạn Hạnh, Nguyên, Trang đi đến trường theo ba con đường AD, BD và CD (h.a). Biết rằng ba điểm A, B, C cùng nằm trên một đoạn thẳng và góc ACD là góc tù.

   Hỏi ai đi xa nhất, ai đi gần nhất? Hãy giải thích.



a)



b)

6. Trong hình b có hai đoạn thẳng bằng nhau BC và DC. Hỏi rằng kết luận nào trong các kết luận sau là đúng? Tại sao?

a) $\widehat{A} = \widehat{B}$; b) $\widehat{A} > \widehat{B}$; c) $\widehat{A} < \widehat{B}$

7. Một cách chứng minh khác của định lí 1:

Cho tam giác ABC với AC > AB. Trên tia AC, lấy điểm B′ sao cho AB′ = AB.

a) Hãy so sánh $\widehat{ABC}$ với $\widehat{ABB'}$.

b) Hãy so sánh $\widehat{ABB'}$ với $\widehat{AB'B}$.

c) Hãy so sánh $\widehat{AB'B}$ với $\widehat{ACB}$.

Từ đó suy ra $\widehat{ABC} > \widehat{ACB}$.

Giải

3. a) Ta biết rằng trong một tam giác có duy nhất một góc tù và góc tù là góc lớn nhất.

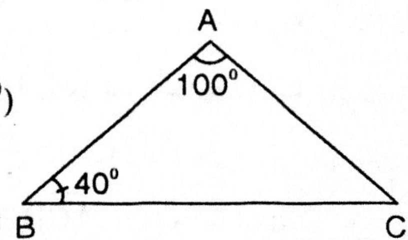
Vậy cạnh đối diện với góc lớn nhất ($\widehat{A} = 100^0$) của ΔABC là cạnh BC.

b) Trong ΔABC, ta có:

$$\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} = 180^0$$

$$\Rightarrow \widehat{C} = 180^0 - (\widehat{A} + \widehat{B}) = 180^0 - (100^0 + 40^0)$$

$$\widehat{C} = 40^0$$



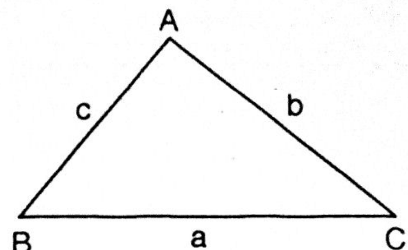
Suy ra $\widehat{B} = \widehat{C}$. Vậy ΔABC là tam giác cân.

4. Ta chứng minh bằng phản chứng.

Giả sử tam giác ABC có: $a \geq b \geq c$

Khi đó $\widehat{A} \geq \widehat{B} \geq \widehat{C}$

Giả sử $\widehat{C} \geq 90^0$ thì $\widehat{B} \geq 90^0$ và $\widehat{A} \geq 90^0$

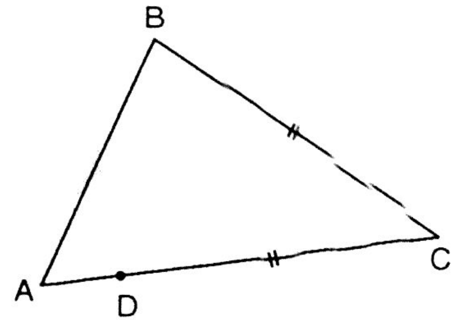


Do đó: $\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} \geq 270^0$ (vô lí). Vậy $\widehat{C} < 90^0$.

Hay trong một tam giác đối diện với cạnh nhỏ nhất là góc nhọn.

5. Học sinh tự làm.

Đáp số: Bạn Trang đi gần nhất và bạn Hạnh đi xa nhất.



6. Câu c): $\widehat{A} < \widehat{B}$ là kết luận đúng. Vì:

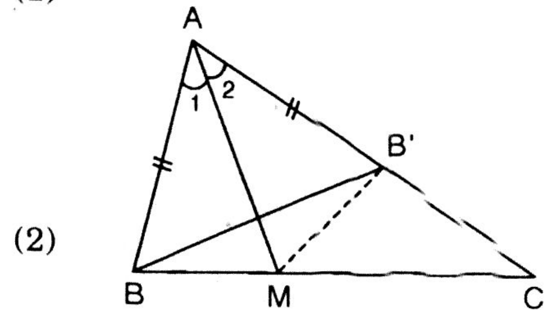
Ta có CA = CD + DA = CB + DA > CB

Trong tam giác ABC, ta có:

$$CA > CB \Rightarrow \widehat{B} > \widehat{A} \text{ hay } \widehat{A} < \widehat{B}.$$

7.

GT	ΔABC AC > AB
KL	$\widehat{B} > \widehat{C}$



a) So sánh $\widehat{ABC}$ với $\widehat{ABB'}$

Vì điểm $B' \in AC$ nên tia BB' nằm giữa hai tia BA và BC.

$\Rightarrow \quad \widehat{ABC} > \widehat{ABB'}$ (1)

b) So sánh $\widehat{ABB'}$ và $\widehat{AB'B}$

Xét $\Delta ABB'$, ta có: AB = AB'

Vậy $\Delta ABB'$ cân tại A

Suy ra $\widehat{ABB'} = \widehat{AB'B}$ (2)

c) So sánh $\widehat{AB'B}$ và $\widehat{ACB}$

Trong $\Delta BB'C$ có góc $\widehat{AB'B}$ là góc ngoài

Do đó: $\widehat{AB'B} = \widehat{B'CB} + \widehat{B'BC}$

Hay $\widehat{AB'B} = \widehat{ACB} + \widehat{B'BC}$

Suy ra $\widehat{AB'B} > \widehat{ACB}$ (vì $\widehat{B'BC} > 0$) (3)

Từ (1), (2) và (3), ta có:

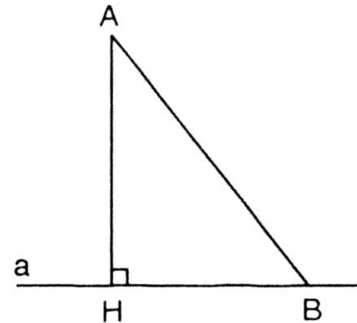
$$\widehat{ABC} > \widehat{AB'B} > \widehat{ACB}$$

Vậy $\widehat{ABC} > \widehat{ACB}$ (đpcm).

§2. QUAN HỆ GIỮA ĐƯỜNG VUÔNG GÓC VÀ ĐƯỜNG XIÊN, ĐƯỜNG XIÊN VÀ HÌNH CHIẾU

I. KIẾN THỨC CƠ BẢN

1. Đường vuông góc, đường xiên và hình chiếu của đường xiên:

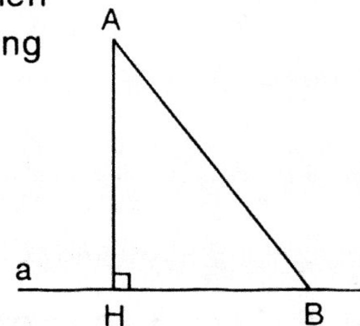


- Đoạn AH gọi là đoạn vuông góc hay đường vuông góc.
- Đoạn AB gọi là đường xiên.
- Đoạn HB gọi là hình chiếu của đường xiên AB lên đường thẳng a.

2. Quan hệ giữa đường vuông góc và đường xiên:

Định lí 1: Trong các đường vuông góc và đường xiên kẻ từ một điểm ở ngoài một đường thẳng đến đường thẳng đó, đường vuông góc là đường ngắn nhất.

GT	$A \notin a$ AH là đường vuông góc AB là đường xiên.
KL	$AH < AB$



3. Quan hệ giữa các đường xiên và hình chiếu của chúng:

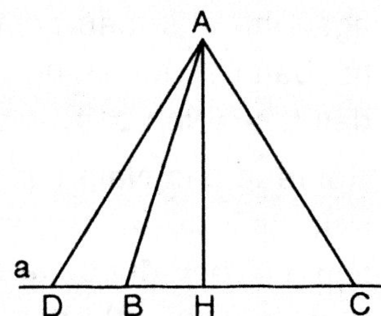
Định lí 2: Trong hai đường xiên kẻ từ một điểm nằm ngoài một đường thẳng đến đường thẳng đó:

a) Đường xiên nào có hình chiếu lớn hơn thì lớn hơn;

b) Đường xiên nào lớn hơn thì có hình chiếu lớn hơn;

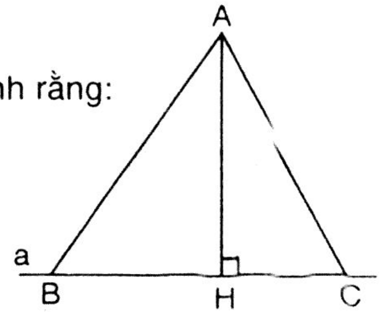
c) Nếu hai đường xiên bằng nhau thì hai hình chiếu bằng nhau và ngược lại, nếu hai hình chiếu bằng nhau thì hai đường xiên bằng nhau.

GT	AB, AC, AD : đường xiên HB, HC, HD : hình chiếu
KL	a) Nếu $HC > HB$ thì $AC > AB$ b) Nếu $AC > AB$ thì $HC > HB$ c) Nếu $AC = AD$ thì $HC = HD$ và ngược lại.



II. BÀI TẬP SÁCH GIÁO KHOA

A. Bài tập mẫu



Cho hình bên. Hãy dùng định lí Py-ta-go để chứng minh rằng:

a) Nếu HB > HC thì AB > AC.

b) Nếu HB = HC thì AB = AC và ngược lại, nếu AB = AC thì HB = HC.

Giải

a) Ta có: $HB > HC \Rightarrow HB^2 > HC^2 \Rightarrow HB^2 - HC^2 > 0$

Áp dụng định lí Py-ta-go cho hai tam giác vuông AHB và AHC, ta có:

$AH^2 = AB^2 - HB^2$

$AH^2 = AC^2 - HC^2$

$\Rightarrow \quad AB^2 - HB^2 = AC^2 - HC^2 \quad \Rightarrow \quad AB^2 - AC^2 = HB^2 - HC^2 \quad (1)$

Vì $HB > HC$ (gt) $\Rightarrow HB^2 > HC^2 \Rightarrow HB^2 - HC^2 > 0$

Khi đó (1) $\Rightarrow AB^2 - AC^2 > 0 \Rightarrow AB^2 > AC^2 \Rightarrow AB > AC$ (đpcm).

b) • Vì $HB = HC \Rightarrow HB^2 = HC^2 \Rightarrow HB^2 - HC^2 = 0$

Thay vào (1) ta có: $AB^2 - AC^2 = 0 \Rightarrow AB^2 = AC^2 \Rightarrow AB = AC$.

• Nếu $AB = AC \Rightarrow AB^2 = AC^2 \Rightarrow AB^2 - AC^2 = 0$

Thay vào (1), ta có: $HB^2 - HC^2 = 0 \Rightarrow HB^2 = HC^2 \Rightarrow HB = HC$

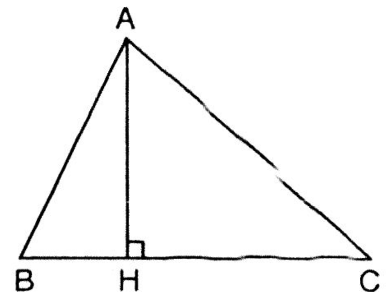
B. Bài tập giáo khoa cơ bản

8. Cho hình bên, biết rằng AB < AC. Trong các kết luận sau, kết luận nào đúng, tại sao?

a) HB = HC.

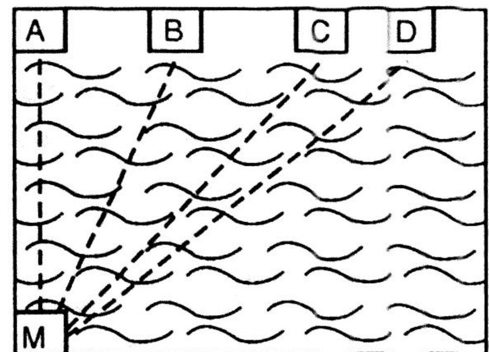
b) HB > HC.

c) HB < HC.



9. Để tập bơi nâng dần khoảng cách, hàng ngày bạn Nam xuất phát từ M, ngày thứ nhất bạn bơi đến A, ngày thứ hai bạn bơi đến B, ngày thứ ba bạn bơi đến C,... (hình bên).

Hỏi rằng bạn Nam tập như thế có đúng mục đích đề ra hay không (ngày hôm sau có bơi được xa hơn ngày hôm trước hay không)? Vì sao?



Giải

8. Câu c) HB < HC đúng. Vì theo định lí 2, trong hai đường xiên kẻ từ một điểm A nằm ngoài đường thẳng BC đến đường thẳng BC, đường xiên nào lớn hơn thì có hình chiếu lớn hơn. Vậy AB < AC ⇒ HB < HC.

9. *Đáp số:* Đúng mục đích. (Học sinh tự giải thích).

Luyện tập

10. Chứng minh rằng trong một tam giác cân, độ dài đoạn thẳng nối đỉnh đối diện với đáy và một điểm bất kì của cạnh đáy nhỏ hơn hoặc bằng độ dài của cạnh bên.

11. Một cách chứng minh khác của định lí 2: Cho hình bên. Dùng quan hệ giữa góc và cạnh đối diện của một tam giác để chứng minh rằng:

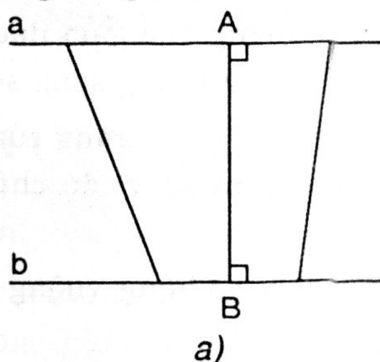
Nếu BC < BD thì AC < AD.

Hướng dẫn:

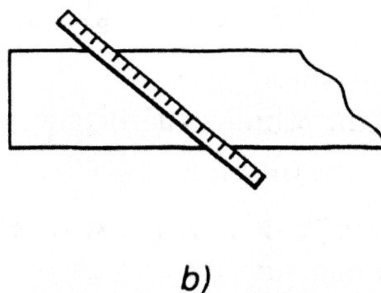
a) Góc ACD là góc gì? Tại sao?

b) Trong tam giác ACD, cạnh nào lớn nhất, tại sao?

12. Cho hình a. Ta gọi độ dài đoạn thẳng AB là khoảng cách giữa hai đoạn thẳng song song a và b.



a)


b)

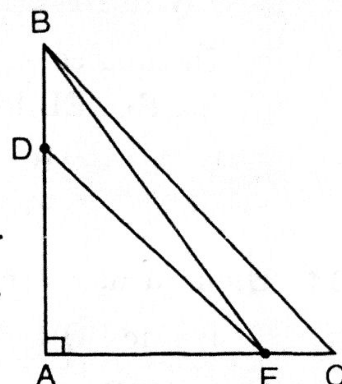
Một tấm gỗ xẻ có hai cạnh song song. Chiều rộng của tấm gỗ là khoảng cách giữa hai cạnh đó.

Muốn đo chiều rộng của tấm gỗ, ta phải đặt thước như thế nào? Tại sao? Cách đặt thước như trong hình b có đúng không?

13. Cho hình bên.

Hãy chứng minh rằng: a) BE < BC;

b) DE < BC.



14. Đố: Vẽ tam giác PQR có PQ = PR = 5cm, QR = 6cm.

Lấy điểm M trên đường thẳng QR sao cho PM = 4,5cm.

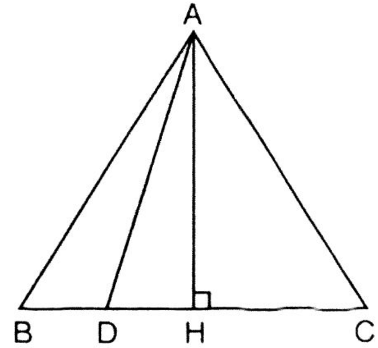
Điểm M có nằm trên cạnh QR hay không? Tại sao?

Có mấy điểm M như vậy?

Giải

10. Xét tam giác ABC cân tại A. Gọi D là điểm bất kì của cạnh đáy BC (giả sử D không trùng với B hoặc C). Kẻ đường cao AH. Ta có:

Nếu D ≡ H thì AD < AC (vì AH < AC)

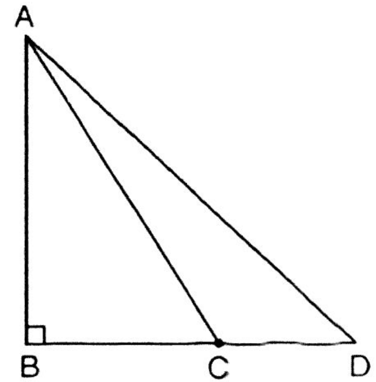


Nếu D không trùng với H, giả sử D nằm giữa B và H thì:

HD < HB ⇒ AD < AB

Vậy, trong một tam giác cân, độ dài đoạn thẳng nối đỉnh với một điểm bất kì của cạnh đáy nhỏ hơn hoặc bằng độ dài của cạnh bên.

11. Tam giác ABC vuông tại B nên $\widehat{ACB}$ phải là góc nhọn. Suy ra $\widehat{ACD}$ (là góc ngoài của tam giác vuông ABC) phải là góc tù.



Trong tam giác ACD có $\widehat{ACD}$ là góc tù nên $\widehat{ADC}$ phải là góc nhọn, nên cạnh đối diện với góc lớn hơn phải là cạnh lớn hơn. Vậy AD > AC.

12. Ta biết rằng độ dài đoạn thẳng AB (đoạn vuông góc giữa đường thẳng a và đường thẳng b) là khoảng cách giữa hai đường thẳng song song a và b.

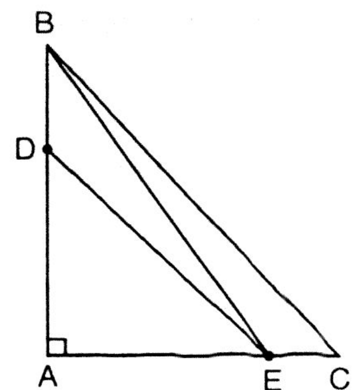
Vì tấm gỗ xẻ có hai cạnh song song. Vậy để đo chiều rộng của tấm gỗ, ta phải đặt thước vuông góc với hai cạnh của tấm gỗ vì đó chính là chiều rộng của tấm gỗ.

Đặt thước như hình b là không đúng vì thước không vuông góc với hai cạnh của tấm gỗ.

13. a) Ta có AE, AC lần lượt là hình chiếu của hai đường xiên BE, BC lên đường thẳng AC.

Vì AE < AC

Suy ra BE < BC (1)



b) Ta cũng có AD, AB lần lượt là hình chiếu của ED, EB lên đường thẳng AB.

Vì AD < AB ⇒ ED < EB (2)

Từ (1) và (2) ta có: DE < BC (đpcm).

14. Điểm M nằm trên cạnh QR. Thật vậy:

Tam giác PQR có PQ = PR = 5cm

Vậy ΔPQR cân tại P.

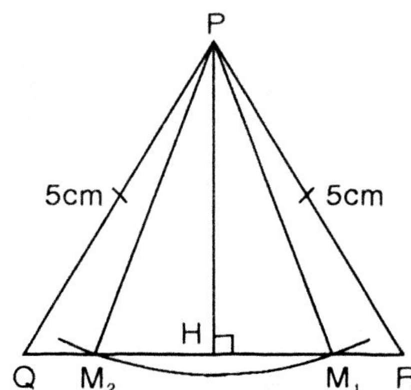
Vẽ PH ⊥ QR, PH vừa là đường cao vừa là đường trung tuyến.

Vậy HQ = HR = 3cm.

Áp dụng định lý Py-ta-go trong tam giác vuông PHR, ta có:

$$PH^2 = PR^2 - HR^2 = 5^2 - 3^3 = 25 - 9 = 16$$

$\Rightarrow PH = 4$ (cm)



Vì PH là đường vuông góc với QR nên PH là đoạn thẳng ngắn nhất.

Hơn nữa PM = 4,5cm và PH = 4cm nên PM > PH (1)

Ta còn có, trong tam giác vuông PHM_1 thì: $HM_1^2 = PM_1^2 - PH^2$

$$HM_1^2 = 4{,}5^2 - 4^2 = 20{,}25 - 16 = 4{,}25 \Rightarrow HM_1 = \sqrt{4{,}25} \approx 2{,}06 < 3 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta kết luận: điểm M nằm trên cạnh QR và có hai điểm M như vậy.

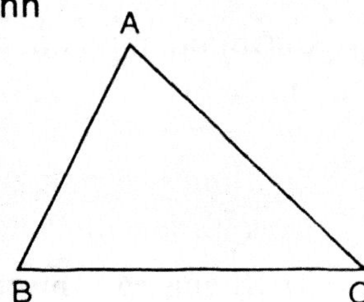
§3. QUAN HỆ GIỮA BA CẠNH CỦA TAM GIÁC. BẤT ĐẲNG THỨC TAM GIÁC

I. KIẾN THỨC CƠ BẢN

1. Bất đẳng thức tam giác:

Định lí: Trong một tam giác, tổng độ dài hai cạnh bất kì bao giờ cũng lớn hơn độ dài cạnh còn lại.

GT	ΔABC
KL	AB + BC > AC
	AB + AC > BC
	AC + BC > AB



2. Hệ quả của bất đẳng thức tam giác:

a) Hệ quả: Trong một tam giác, hiệu độ dài hai cạnh bất kì bao giờ cũng nhỏ hơn độ dài cạnh còn lại.

b) Tổng quát: Trong một tam giác, độ dài một cạnh bao giờ cũng lớn hơn hiệu và nhỏ hơn tổng các độ dài của hai cạnh còn lại.

Ví dụ: Trong tam giác ABC: BC – AB < AC < AB + BC.

II. BÀI TẬP SÁCH GIÁO KHOA

A. Bài tập mẫu

Có thể có một tam giác nào mà ba cạnh như sau không?

a) 5m; 10m; 12m. b) 1m; 2m; 3,3m; c) 1,2m; 1m; 2,2m.

Giải

a) Có một tam giác mà ba cạnh là 5m, 10m; 12m vì cạnh lớn nhất nhỏ hơn tổng hai cạnh kia: $12 < 10 + 5$.

b) Không có tam giác nào mà ba canh là 1m; 2m; 3,3m vì trong ba cạnh đó có một cạnh lớn hơn tổng của hai cạnh kia, đó là: $3,3 > 1 + 2$.

c) Không có tam giác nào mà ba cạnh là 1,2m; 1m; 2,2m vì có một cạnh bằng tổng hai cạnh kia, đó là $2,2 = 1,2 + 1$.

B. Bài tập giáo khoa cơ bản

15. Dựa vào bất đẳng thức tam giác, kiểm tra xem bộ ba nào trong các bộ ba đoạn thẳng có độ dài cho sau đây không thể là ba cạnh của một tam giác. Trong những trường hợp còn lại, hãy thử dựng tam giác có độ dài ba cạnh như thế:

a) 2cm, 3cm, 6cm; b) 2cm, 4cm, 6cm; c) 3cm, 4cm, 6cm.

16. Cho tam giác ABC với hai cạnh BC = 1cm, AC = 7cm. Hãy tìm độ dài cạnh AB, biết rằng độ dài này là một số nguyên (cm). Tam giác ABC là tam giác gì?

17. Cho tam giác ABC và M là một điểm nằm trong tam giác. Gọi I là giao điểm của đường thẳng BM và cạnh AC.

a) So sánh MA với MI + IA, từ đó chứng minh: MA + MB < IB + IA.

b) So sánh IB với IC + CB, từ đó chứng minh: IB + IA < CA + CB.

c) Chứng minh bất đẳng thức MA + MB < CA + CB.

Giải

15. a) Không có một tam giác mà ba cạnh lần lượt là: 2cm; 3cm; 6cm vì có cạnh lớn nhất lớn hơn tổng hai cạnh kia: $6 > 3 + 2$.

b) Không có tam giác nào mà ba cạnh là 2cm; 4cm; 6cm vì có một cạnh bằng tổng hai cạnh kia, đó là; $6 = 4 + 2$.

c) Có một tam giác mà ba cạnh là 3cm; 4cm; 6cm vì cạnh lớn nhất nhỏ hơn tổng hai cạnh kia: $6 < 4 + 3$.

Học sinh tự dựng hình (dùng compa).

16. Ta biết rằng trong một tam giác, độ dài một cạnh bao giờ cũng lớn hơn hiệu hai cạnh và nhỏ hơn tổng độ dài của hai cạnh còn lại. Do đó, trong tam giác ABC với cạnh BC = 1cm, AC = 7cm thì cạnh AB chỉ có thể là 7cm.

Thật vậy: AC – BC < AB < AC + BC

Hay: 7 – 1 < AB < 7 + 1 ⇔ 6 < AB < 8

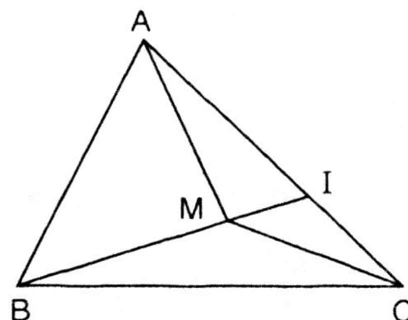
Vì AB là số nguyên nên AB = 7.

17. a) Trong tam giác MIA, ta có: MA < MI + IA

Cộng MB vào hai vế, ta có:

MA + MB < MB + MI + IA

hay MA + MB < IB + IA (đpcm)



b) Trong tam giác BIC, ta có: IB < IC + CB

Cộng IA vào hai vế, ta có:

IB + IA < IC + CB + IA

Hay IB + IA < IC + IA + CB

hay IB + IA < CA + CB (đpcm)

c) Ta có: MA + MB < IB + IA (kết quả câu a)

và IB + IA < CA + CB (kết quả câu b)

Do tính chất bắc cầu, ta suy ra được: MA + MB < CA + CB (đpcm).

Luyện tập

18. Cho các bộ ba đoạn thẳng có độ dài như sau:

a) 2cm; 3cm; 4cm; b) 1cm; 2cm; 3,5cm; c) 2,2cm; 2cm; 4,2cm.

Hãy vẽ các tam giác có độ dài ba cạnh lần lượt là một trong các bộ ba ở trên (nếu vẽ được). Trong trường hợp không vẽ được, hãy giải thích.

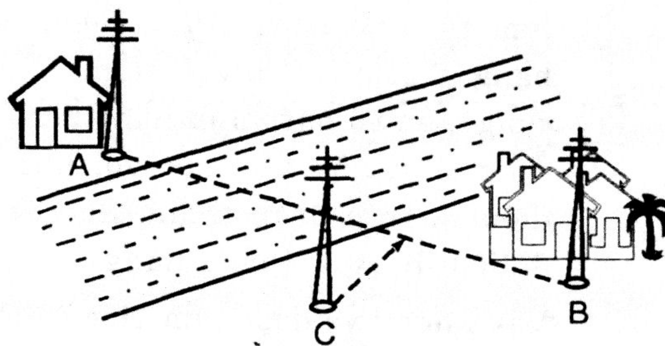
19. Tìm chu vi của một tam giác cân biết độ dài hai cạnh của nó là 3,9cm và 7,9cm.

20. Một cách chứng minh khác của bất đẳng thức tam giác: Cho tam giác ABC. Giả sử BC là cạnh lớn nhất. Kẻ đường vuông góc AH đến đường thẳng BC (H ∈ BC).

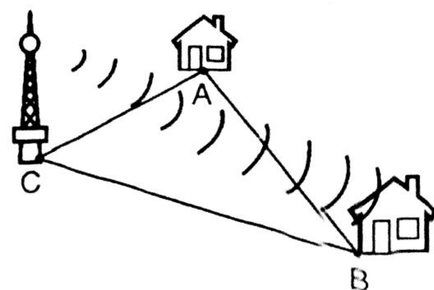
a) Dùng nhận xét về cạnh lớn nhất trong tam giác vuông ở §1 để chứng minh AB + AC > BC.

b) Từ giả thiết về cạnh BC, hãy suy ra hai bất đẳng thức tam giác còn lại.

21. Một trạm biến áp và một khu dân cư được xây dựng cách xa hai bờ sông tại hai điểm A và B (hình bên). Hãy tìm trên bờ sông gần khu dân cư một địa điểm C để dựng một cột mắc dây đưa điện từ trạm biến áp về cho khu dân cư, sao cho độ dài đường dây dẫn là ngắn nhất.



22. Ba thành phố A, B, C trên bản đồ là ba đỉnh của một tam giác; biết rằng: AC = 30km; AB = 90km (hình bên).



a) Nếu đặt ở C máy phát sóng truyền thanh có bán kính hoạt động bằng 60km thì thành phố B có nhận được tín hiệu không? Vì sao?

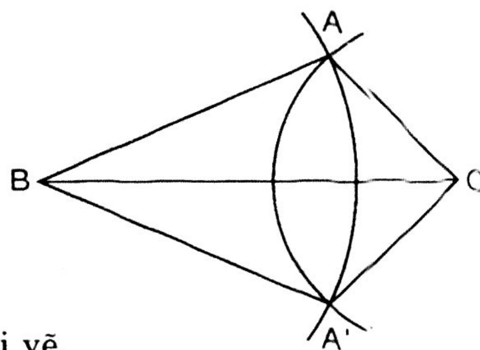
b) Cũng câu hỏi như vậy với máy phát sóng có bán kính hoạt động bằng 120km?

Giải

18. a) Có một tam giác mà ba cạnh là 2cm; 3cm; 4cm vì trong bộ ba có cạnh lớn nhất nhỏ hơn tổng của hai cạnh kia: 4 < 2 + 3.

* Cách vẽ:

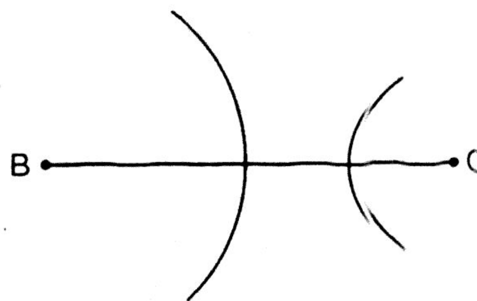
- Vẽ đoạn BC = 4cm. Lấy B làm tâm vẽ cung tròn có bán kính bằng 3cm và lấy C làm tâm vẽ cung tròn có bán kính bằng 2cm. Hai cung tròn này cắt nhau tại A và A′.



Ta có ΔABC hoặc ΔA′BC là tam giác phải vẽ.

b) Không có tam giác nào mà ba cạnh là 1cm; 2cm và 3,5cm vì trong bộ ba đó có cạnh lớn nhất lớn hơn tổng của hai cạnh kia: 3,5 > 1 + 2

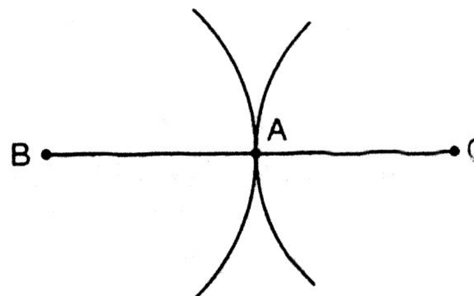
- Vẽ đoạn BC = 3,5cm. Lấy B làm tâm vẽ cung tròn có bán kính bằng 2cm và lấy C làm tâm vẽ cung tròn có bán kính bằng 1cm. Hai cung tròn này không cắt nhau.



Như vậy không có giao điểm A. Vậy không vẽ được tam giác ABC thỏa điều kiện trên.

c) Không có tam giác nào mà ba cạnh là 2,2cm, 3cm và 4cm vì trong bộ ba đó có một cạnh bằng tổng của hai cạnh kia: 4,2 = 2,2 + 2.

- Vẽ đoạn thẳng BC = 4,2cm. Lấy B làm tâm vẽ cung tròn có bán kính bằng 2,2cm và lấy C làm tâm vẽ cung tròn có bán kính bằng 2cm. Hai cung tròn này tiếp xúc với nhau tại điểm A trên đoạn thẳng BC. Khi đó 3 điểm B, A, C thẳng hàng.



Vậy không vẽ được tam giác ABC thỏa điều kiện trên.

19. Cạnh đáy của tam giác cân không thể là cạnh BC = 7,9cm được vì khi đó hai cạnh bên AB = AC = 3,9cm có AB + AC < BC (3,9 + 3,9 < 7,9). Vô lí (vì không vẽ được ΔABC). Do đó cạnh đáy chỉ có thể là cạnh BC = 3,9cm và hai cạnh bên AB = AC = 7,9cm.

Khi đó chu vi tam giác ABC bằng:

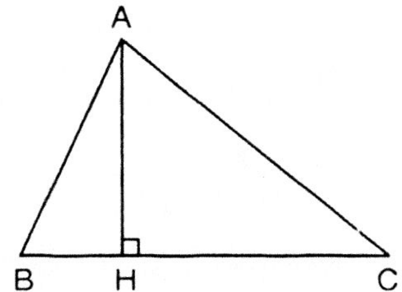
$$AB + BC + AC = 7,9 + 3,9 + 7,9 = 19,7\text{cm}$$

20. a) Ta biết rằng trong tam giác vuông cạnh huyền là cạnh lớn nhất.

- Trong tam giác vuông HAB, ta có AB > BH (1)
- Trong tam giác vuông HAC, ta có AC > HC (2)

Từ (1) và (2) suy ra: AB + AC > BH + HC

hay AB + AC > BC (đpcm)



b) * Chứng minh AC + BC > AB

Vì trong ΔABC có BC là cạnh lớn nhất nên BC > AB

Vì AC > 0 nên BC + AC > AB (đpcm)

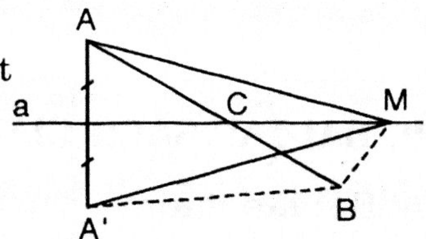
* Chứng minh: AB + BC > AC

Vì trong ΔABC có BC là cạnh lớn nhất, nên BC > AC

Vì AB > 0 nên BC + AB > AC (đpcm)

21. Giả sử bờ sông là đường thẳng a. Cần tìm vị trí của điểm C sao cho AC + CB nhỏ nhất.

Cách xác định vị trí điểm C như sau: Ta lấy một điểm A′ sao cho đường thẳng a là đường trung trực của AA′. Nối A với B cắt đường thẳng a tại C, đó là vị trí cần để xây dựng trạm bơm.



Thật vậy, lấy một điểm M bất kỳ trên đường trung trực của AA′ ⇒ MA = MA′.

Khi đó: MA + MB = MA′ + MB

Trong ΔA′BM, ta có: MA′ + MB ≥ A′B hay MA + MB ≥ AB

Ta có MA + MB nhỏ nhất là bằng A′B khi M là giao điểm của đường thẳng a và đoạn thẳng AB.

Đó là vị trí của điểm C trên bờ sông (như hình vẽ).

22. Để trả lời câu hỏi của bài toán, ta cần xét khoảng cách BC.

Trong ΔABC, ta có: AB – AC < BC < AB + AC

hay 90 – 30 < BC < 90 + 30

hay 60 < BC < 120.

a) Nếu máy phát sóng đặt ở C có bán kính hoạt động bằng 60km thì ở B không nhận được tín hiệu vì BC > 60 (km).

b) Nếu máy phát sóng đặt ở C có bán kính hoạt động bằng 120km thì ở B nhận tín hiệu được vì BC < 120km.

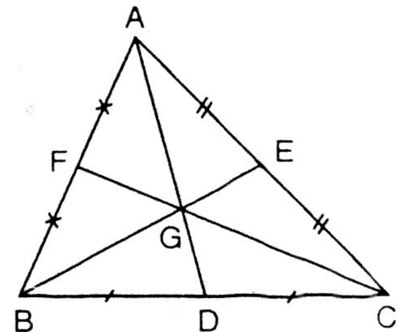
§4. TÍNH CHẤT BA ĐƯỜNG TRUNG TUYẾN CỦA TAM GIÁC

I. KIẾN THỨC CƠ BẢN

1. Đường trung tuyến của tam giác:

Đoạn thẳng nối từ đỉnh đến trung điểm cạnh đối diện của tam giác gọi là đường trung tuyến của tam giác.

Mỗi tam giác có ba đường trung tuyến.



2. Tính chất ba đường trung tuyến của tam giác:

Định lí: Ba đường trung tuyến của một tam giác cùng đi qua một điểm. Điểm đó cách mỗi đỉnh một khoảng bằng $\frac{2}{3}$ độ dài đường trung tuyến đi qua đỉnh ấy.

Điểm G gọi là trọng tâm của tam giác ABC.

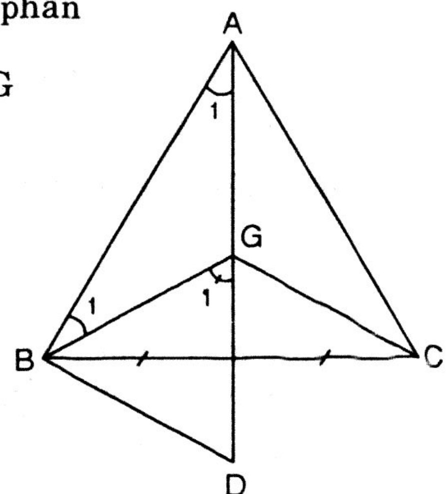
GT	G là trọng tâm ΔABC
KL	$\frac{AG}{AD} = \frac{BG}{BE} = \frac{CG}{CF} = \frac{2}{3}$

II. BÀI TẬP SÁCH GIÁO KHOA

A. Bài tập mẫu

Cho tam giác đều ABC, gọi G là trọng tâm của nó. Trên tia AG lấy điểm D sao cho G là trung điểm của đoạn AD. Chứng minh rằng tam giác BGD là tam giác đều.

Giải



Ta có, trong tam giác đều các trung tuyến là phân giác, do đó: $\widehat{A_1} = \widehat{B_1} = \frac{\widehat{A}}{2} = 30^0$. Vì ΔAGB cân tại G

$$\left.\begin{array}{r} \Rightarrow GA = GB \\ \text{Ta lại có } GA = GD \end{array}\right\} \Rightarrow GB = GD$$

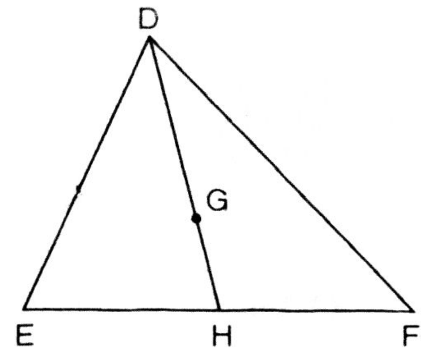
Vậy ΔGBD cân tại G.

Ta có $\widehat{G_1} = \widehat{A_1} + \widehat{B_1} = 30^0 + 30^0 = 60^0$.

Tam giác GBD cân tại G và có $\widehat{G} = 60^0$.

Vậy ΔGBD là tam giác đều.

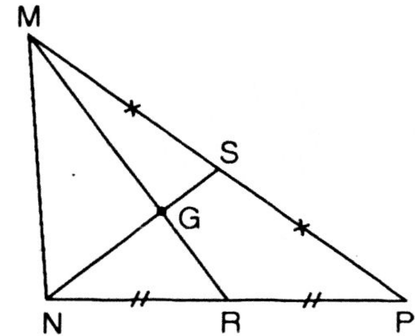
B. Bài tập giáo khoa cơ bản



23. Cho G là trọng tâm của tam giác DEF với đường trung tuyến DH (hình bên)

Trong các khẳng định sau đây, khẳng định nào đúng?

$\frac{DG}{DH} = \frac{1}{2}$; $\frac{DG}{GH} = 3$; $\frac{GH}{DH} = \frac{1}{3}$; $\frac{GH}{DG} = \frac{2}{3}$



24. Cho hình bên. Hãy điền số thích hợp vào chỗ trống trong các đẳng thức sau:

a) MG = ...MR; GR = ...MR;

GR = ...MG

b) NS = ...NG; NS = ...GS;

NG = ...GS

25. Biết rằng: Trong một tam giác vuông, đường trung tuyến ứng với cạnh huyền bằng một nửa cạnh huyền. Hãy giải bài toán sau:

Cho tam giác vuông ABC có hai cạnh góc vuông AB = 3cm, AC = 4cm. Tính khoảng cách từ đỉnh A tới trọng tâm G của tam giác ABC.

Giải

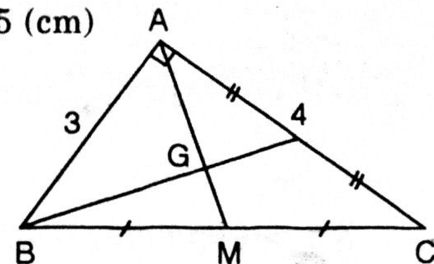
23. Khẳng định $\frac{GH}{DH} = \frac{1}{3}$ là khẳng định đúng. Các khẳng định còn lại đều sai.

24. a) $MG = \frac{2}{3}MR$; $GR = \frac{1}{3}MR$; $GR = \frac{1}{2}MG$.

b) $NS = \frac{3}{2}NG$; $NS = 3GS$; $NG = 2GS$.

25. Áp dụng định lí Py-ta-go trong tam giác vuông ABC ta có:

$BC^2 = AB^2 + AC^2 = 3^2 + 4^2 = 25 \Rightarrow BC = 5$ (cm)



Mà $AM = \frac{BC}{2} = \frac{5}{2}$ (cm)

Ta có $AG = \frac{2}{3}AM = \frac{2}{3} \cdot \frac{5}{2} = \frac{5}{3}$ (cm).

Luyện tập

26. Chứng minh định lí: Trong một tam giác cân, hai đường trung tuyến ứng với hai cạnh bên thì bằng nhau.

27. Hãy chứng minh định lí đảo của định lí trên: Nếu tam giác có hai đường trung tuyến bằng nhau thì tam giác đó cân.

28. Cho tam giác DEF cân tại D với đường trung tuyến DI.

a) Chứng minh ΔDEI = ΔDFI

b) Các góc DIE và góc DIF là những góc gì?

c) Biết DE = DF = 13cm, EF = 10cm, hãy tính độ dài đường trung tuyến DI.

29. Cho G là trọng tâm của tam giác đều ABC. Chứng minh rằng: GA = GB = GC

Hướng dẫn: Áp dụng định lí ở bài tập 26.

30. Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC. Trên tia AG lấy điểm G′ sao cho G là trung điểm của AG′.

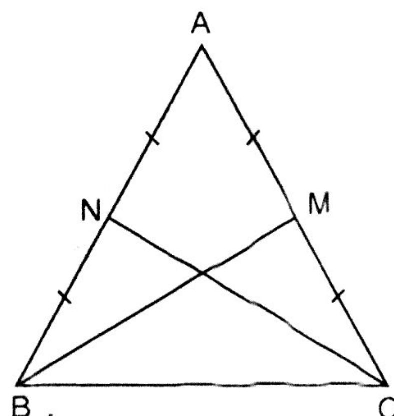
a) So sánh các cạnh của tam giác BGG′ với các đường trung tuyến của tam giác ABC.

b) So sánh các đường trung tuyến của tam giác BGG′ với các cạnh của tam giác ABC.

Giải

26. – Vì ΔABC cân tại A nên:

$\widehat{ABC} = \widehat{ACB}$ và AB = AC ⇒ MC = NB



– Xét hai tam giác NBC và MBC, ta có:

NB = MC

$\widehat{ABC} = \widehat{ACB}$

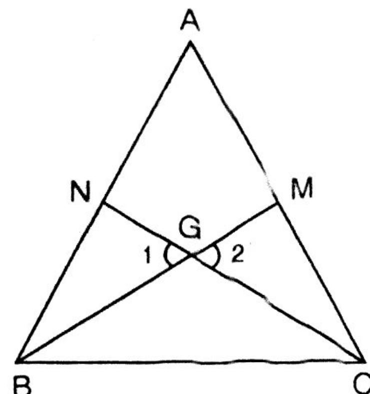
BC: cạnh chung

Vậy ΔNBC = ΔMCB (c.g.c)

Suy ra NC = MB (đpcm)

27. Gọi G là giao điểm của hai đường trung tuyến BM và CN. Do đó G là trọng tâm của ΔABC.

– Ta có: $\left.\begin{array}{l} CG = \frac{2}{3}CN \\ BG = \frac{2}{3}BM \end{array}\right\} \Rightarrow CG = BG$



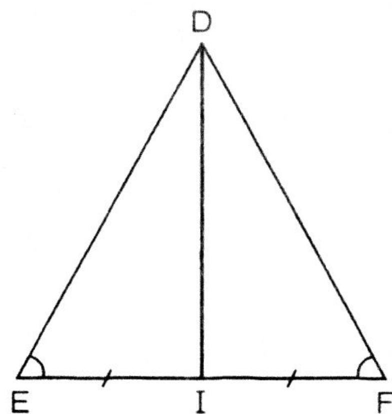
Ta có: NG = CN – CG = BM – BG = GM

Xét hai tam giác BGN và CGM, ta có:

$\left.\begin{array}{l} CG = BG \\ \widehat{G}_1 = \widehat{G}_2 \text{ (đđ)} \\ NG = GM \end{array}\right\}$ Vậy ΔBGN = ΔCGM (c.g.c)

⇒ BN = CM ⇒ 2BN = 2CM hay AB = AC

Vậy ΔABC cân tại A (đpcm).



28. a) Vì DI là trung tuyến nên IE = IF

Xét hai tam giác DEI và DFI, ta có:

DE = DF (gt)

$\widehat{E} = \widehat{F}$ (gt)

IE = IF (cmt)

Vậy ΔDEI = ΔDFI (c-g-c).

b) Vì ΔDEI = ΔDFI ⇒ $\widehat{DIE} = \widehat{DIF}$

Hơn nữa $\widehat{DIE}$ và $\widehat{DIF}$ là hai góc kề bù nên $\widehat{DIE} + \widehat{DIF} = 180^0$

hay $2\widehat{DIE} = 180^0 \Rightarrow \widehat{DIE} = 90^0$.

Vậy $\widehat{DIE}$ và $\widehat{DIF}$ là những góc vuông.

c) Theo chứng minh ở câu b) tam giác DEI vuông ở I có:

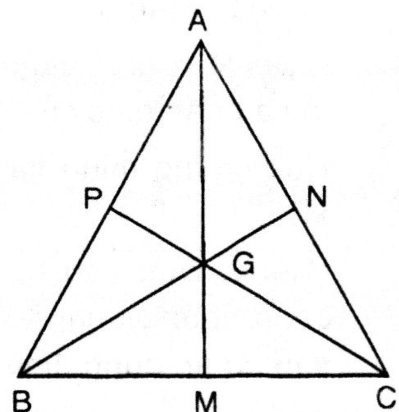
$$DE = 13cm;\ EI = \frac{EF}{2} = 5cm$$

Áp dụng định lí Py-ta-go trong tam giác vuông DEI, ta có:

$$DE^2 = DI^2 + IE^2 \Rightarrow DI^2 = DE^2 - IE^2 = 13^2 - 5^2 = 169 - 25 = 144$$

$$\Rightarrow DI = \sqrt{144} = 12\ (cm)$$

29. Vì ΔABC là tam giác đều nên AB = AC = BC



- Xét ΔABC ta có: AB = AC

  Vậy ΔABC cân tại A

  ⇒ BN = CP (hai trung tuyến)

  và $GB = GC = \frac{2}{3}BN\ (= \frac{2}{3}CP)$ (1)

- Xét ΔABC, ta có: BA = BC

  Vậy ΔABC cân tại B

  ⇒ CP = AM (hai trung tuyến)

  Và $GC = GA = \frac{2}{3}CP\ (= \frac{2}{3}AM)$ (2)

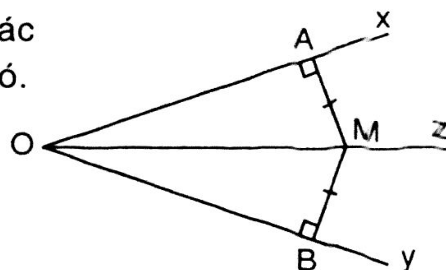
  Từ (1) và (2) ta suy ra: GA = GB = GC (đpcm).

30. Học sinh tự làm.

§5. TÍNH CHẤT TIA PHÂN GIÁC CỦA MỘT GÓC

I. KIẾN THỨC CƠ BẢN

1. Định lí 1 (thuận): Điểm nằm trên tia phân giác của một góc thì cách đều hai cạnh của góc đó.



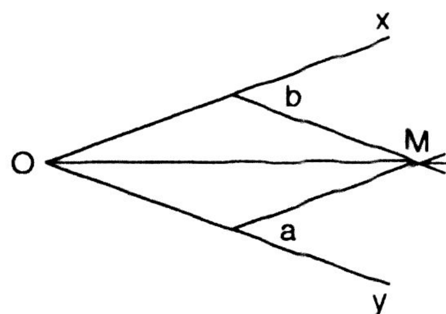
GT	$M \in$ tia phân giác Oz của $\widehat{xOy}$ $MA \perp Ox$, $MB \perp Oy$
KL	$MA = MB$

2. Định lí đảo: Điểm nằm bên trong một góc và cách đều hai cạnh của góc thì nằm trên tia phân giác của góc đó.

3. Nhận xét: Tập hợp các điểm nằm bên trong một góc và cách đều hai cạnh của góc là tia phân giác của góc đó.

II. BÀI TẬP SÁCH GIÁO KHOA

31. Hình bên cho biết cách vẽ tia phân giác của góc xOy bằng thước hai lề:



– Áp dụng một lề của thước vào cạnh Ox, kẻ đường thẳng a theo lề kia.

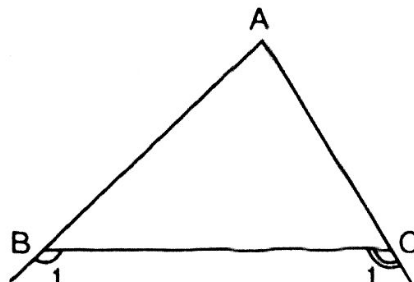
– Làm tương tự với cạnh Oy, ta kẻ được đường thẳng b.

– Gọi M là giao điểm của a và b, ta có OM là tia phân giác của góc xOy.

Hãy chứng minh tia OM được vẽ như vậy đúng là tia phân giác của góc xOy.

(Gợi ý: Dựa vào bài tập 12 về khoảng cách giữa hai đường thẳng song song chứng minh các khoảng cách từ M đến Ox và đến Oy bằng nhau; sau đó áp dụng định lí 2).

32. Cho tam giác ABC. Chứng minh rằng giao điểm của hai tia phân giác của hai góc ngoài B_1 và C_1 (hình bên) nằm trên tia phân giác của góc A.

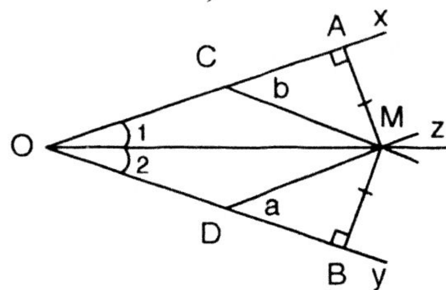


Giải

31. Chứng minh OM là tia phân giác của $\widehat{xOy}$.

$$\left.\begin{aligned}\text{Ta có } & b // Oy\\ \text{và } & a // Ox\end{aligned}\right\} \Rightarrow OD = CM \text{ và } OC = DM$$

– Xét hai tam giác OCM và ODM, ta có: $\left.\begin{array}{l}OC = DM\\ OD = CM\\ OM : \text{cạnh chung}\end{array}\right\}$



Vậy $\Delta OCM = \Delta ODM \Rightarrow \widehat{O}_1 = \widehat{O}_2$

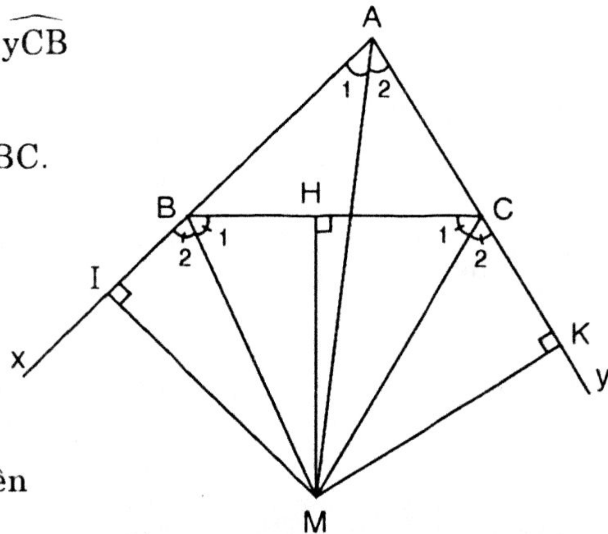
OM : cạnh huyền chung

Vậy $\Delta AOM = \Delta BOM \Rightarrow MA = MB$

Vậy M cách đều hai cạnh Ox, Oy của góc xOy hay OM là tia phân giác của góc xOy (đpcm).

32. Ta kéo dài tia AB thành tia Ax và tia AC thành tia Ay.

Vẽ đường phân giác của $\widehat{xBC}$ và $\widehat{yCB}$ chúng cắt nhau tại M.



Vẽ $MI \perp Ax$ và $MK \perp Ay$ và $MH \perp BC$.

– Vì M nằm trên tia phân giác của góc xBC nên: MI = MH (1)

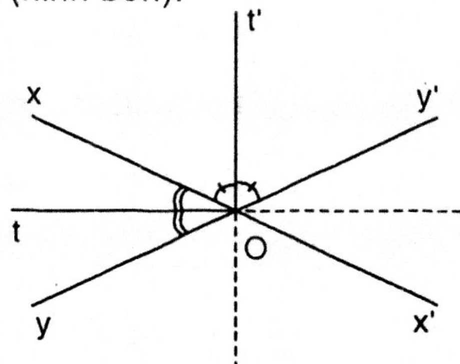
– Vì M nằm trên tia phân giác của góc yCB nên: MH = MK (2)

Từ (1) và (2) ta suy ra: MI = MK

Theo định lí 2 thì điểm M nằm trên tia phân giác của góc xAy (đpcm).

Luyện tập

33. Cho hai đường thẳng xx′ và yy′ cắt nhau tại O (hình bên).



a) Chứng minh hai tia phân giác Ot, Ot′ của một cặp góc kề bù tạo thành một góc vuông.

b) Chứng minh rằng: Nếu M thuộc đường thẳng Ot hoặc thuộc đường thẳng Ot′ thì M cách đều hai đường thẳng xx′ và yy′.

c) Chứng minh rằng: Nếu điểm M cách đều hai đường thẳng xx′, yy′ thì M thuộc đường thẳng Ot hoặc thuộc đường thẳng Ot′.

d) Khi $M \equiv O$ thì các khoảng cách từ M đến xx′ và yy′ bằng bao nhiêu?

e) Em có nhận xét gì về tập hợp các điểm cách đều hai đường thẳng cắt nhau xx′, yy′?

34. Cho góc xOy khác góc bẹt. Trên tia Ox lấy hai điểm A và B, trên tia Oy lấy hai điểm C và D sao cho OA = OC, OB = OD. Gọi I là giao điểm của hai đoạn thẳng AD và BC. Chứng minh rằng:

a) BC = AD; b) IA = IC, IB = ID.

c) Tia OI là tia phân giác của góc xOy

35. Có mảnh sắt phẳng hình dạng một góc (hình bên) và một chiếc thước thẳng có chia khoảng. Làm thế nào để vẽ được tia phân giác của góc này?

Gợi ý: Áp dụng bài tập 34.

Giải

33. a) Ta có $\widehat{yOx}$ và $\widehat{xOy'}$ là hai góc kề bù,

Ot là tia phân giác của $\widehat{yOx}$ và Ot′ là tia phân giác của $\widehat{xOy'}$.

Vì $\widehat{yOx}$ và $\widehat{xOy'}$ là hai góc kề bù nên:

$$\widehat{yOx} + \widehat{xOy'} = 180^0$$

hay $2\widehat{tOx} + 2\widehat{xOt'} = 180^0$

$$2\underbrace{(\widehat{tOx} + \widehat{xOt'})}_{\widehat{tOt'}} = 180^0 \Rightarrow \widehat{tOt'} = 180^0 : 2 = 90^0$$

Điều này chứng tỏ rằng hai tia phân giác của một góc kề bù tạo thành một góc vuông.

b) Nếu M thuộc đường thẳng Ot hoặc thuộc đường thẳng Ot′, thế thì điểm M nằm trên một trong các tia Ot, Ot′, Om, Om′ nghĩa là điểm M nằm trên tia phân giác của góc $\widehat{xOy}$, $\widehat{xOy'}$; $\widehat{y'Ox'}$, $\widehat{x'Oy}$.

c) Xét điểm M cách đều hai đường thẳng xx′ và yy′.

– Nếu điểm M nằm trong góc $\widehat{xOy}$ thì điểm M thuộc tia phân giác Ot.

– Nếu điểm M nằm trong góc $\widehat{xOy'}$ thì điểm M thuộc tia phân giác Ot′.

– Nếu điểm M nằm trong góc $\widehat{x'Oy'}$ thì điểm M thuộc tia phân giác Om.

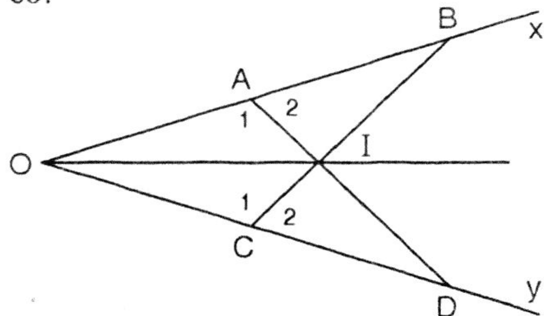
– Nếu điểm M nằm trong góc $\widehat{yOx'}$ thì điểm M thuộc tia phân giác Om′.

Vậy điểm M thuộc đường thẳng Ot hoặc thuộc đoạn thẳng Ot′.

d) Khi M ≡ O thì các khoảng cách từ M đến xx′ và yy′ đều bằng 0 (đơn vị độ dài).

e) Từ kết quả câu c) và câu d) ta có nhận xét: Tập hợp các điểm cách đều hai đường thẳng cắt nhau xx′ và yy′ là các đường phân giác tạo bởi các góc của hai đường thẳng đó.

34. a) Xét hai tam giác ΔOCB và ΔOAD, ta có:



$OC = OA$ (gt)

$\widehat{O}$: góc chung

$OB = OD$ (gt)

Vậy $\Delta OCB = \Delta OAD$ (c.g.c)

Suy ra $BC = AD$ (đpcm)

b) – Vì $\Delta OCB = \Delta OAD$ nên $\widehat{B} = \widehat{D}$ (1) và $\widehat{A}_1 = \widehat{C}_1$

– Ta có: $OA + AB = OB \Rightarrow AB = OB - OA = OD - OC = CD$ (2)

– Ta có: $\widehat{A}_1 + \widehat{A}_2 = 180^0$ (2 góc kề bù)

$\Rightarrow \widehat{A}_2 = 180^0 - \widehat{A}_1 = 180^0 - \widehat{C}_1 = \widehat{C}_2$ (3)

Xét hai tam giác AIB và CID, ta có: $\widehat{B} = \widehat{D}$

$AB = CD$

$\widehat{A}_2 = \widehat{C}_2$

Vậy $\Delta AIB = \Delta CID$ (g.c.g)

Suy ra: $IA = IC$; $IB = ID$ (đpcm)

c) Xét hai tam giác OAI và OCI, ta có:

$OA = OC$ (gt)

$\widehat{A}_1 = \widehat{C}_1$ (cmt)

$IA = IC$ (cmt)

Vậy $\Delta OAI = \Delta OCI$

Suy ra $\widehat{AOI} = \widehat{COI}$

Hay tia OI là tia phân giác của góc xOy (đpcm).

35. Học sinh tự làm.

Hướng dẫn: Áp dụng bài tập 34 để làm.

Ta coi mảnh sắt phẳng có hình dạng như góc $\widehat{xOy}$.

Trên tia Ox ta lấy hai điểm A, B; trên tia Oy ta lấy hai điểm C và D sao cho $OA = OC$; $OB = OD$.

Rồi chứng minh tương tự như bài tập 34.

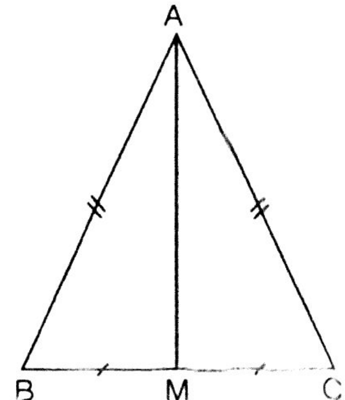
§6. TÍNH CHẤT BA ĐƯỜNG PHÂN GIÁC CỦA TAM GIÁC

I. KIẾN THỨC CƠ BẢN

1. Đường phân giác của tam giác

Định lí 1: Trong một tam giác cân, đường phân giác xuất phát từ đỉnh đồng thời là đường trung tuyến ứng với cạnh đáy.

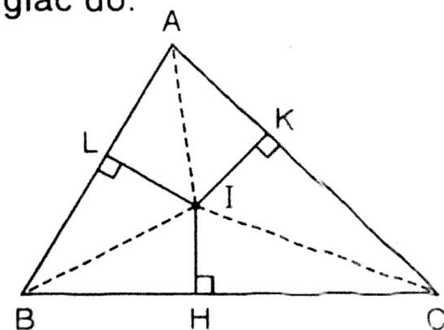
GT	ΔABC cân tại A $\widehat{BAM} = \widehat{MAC}$
KL	$MB = MC$



2. Tính chất ba đường phân giác của tam giác

Định lí 2: Ba đường phân giác của một tam giác cùng đi qua một điểm. Điểm này cách đều ba cạnh của tam giác đó.

GT	ΔABC Hai đường phân giác của $\hat{B}$ và $\hat{C}$ cắt nhau tại I
KL	AI : tia phân giác của $\hat{A}$ $IH = IK = IL$

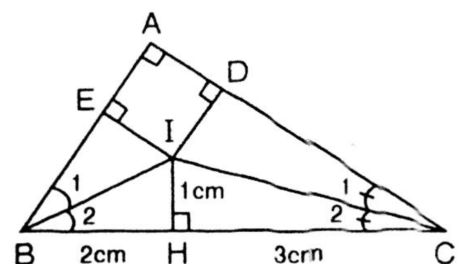


II. BÀI TẬP SÁCH GIÁO KHOA

A. Bài tập mẫu

Cho tam giác ABC vuông tại A, điểm I là giao điểm của các đường phân giác. Kẻ $IH \perp BC$ ($H \in BC$). Biết HI = 1cm; HB = 2cm; HC = 3cm. Tính chu vi tam giác ABC.

Giải



Ta kẻ $IE \perp AB$; $ID \perp AC$ và $IH \perp BC$

Xét hai tam giác vuông: EBI và HBI

Ta có: $\hat{B}_1 = \hat{B}_2$ (do BI là tia phân giác)

và BI là cạnh chung.

Vậy: $\Delta ABI = \Delta HBI \Rightarrow BE = BH = 2cm$

Tương tự, xét hai tam giác vuông DIC và HIC, ta có:

$\hat{C}_1 = \hat{C}_2$ (do CI là tia phân giác) và CI là cạnh chung.

Vậy: $\Delta DIC = \Delta HIC \Rightarrow CH = CD = 3cm$.

Ta có CA // IE (vì cùng vuông góc với AC)

Suy ra AD = IE = IH = 1cm và EA = ID = IH = 1cm.

Ta có BC = BH + HC = 2 + 3 = 5 (cm)

AB = AE + EB = 1 + 2 = 3 (cm)

CA = CD + DA = 3cm + 1cm = 4 (cm)

Vậy chu vi tam giác ABC bằng:

AB + BC + CA = 3 + 5 + 4 = 12 (cm)

B. Bài tập giáo khoa cơ bản

36. Cho tam giác DEF, điểm I nằm trong tam giác và cách đều ba cạnh của nó. Chứng minh I là điểm chung của ba đường phân giác của tam giác DEF.

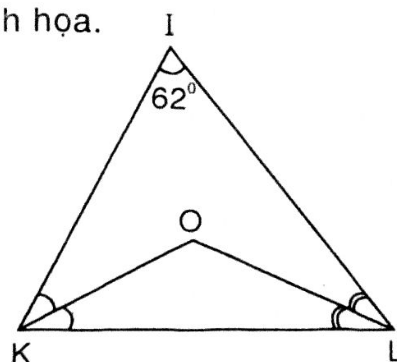
37. Nêu cách vẽ điểm K ở trong tam giác MNP mà các khoảng cách từ K đến ba cạnh của tam giác đó bằng nhau. Vẽ hình minh họa.

38. Cho hình bên.

a) Tính góc KOL.

b) Kẻ tia IO, hãy tính góc KIO.

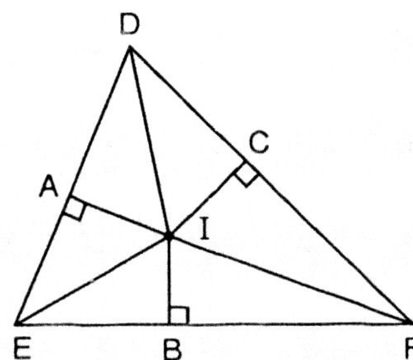
c) Điểm O có cách đều ba cạnh của tam giác IKL hay không? Tại sao?



Giải

36. Từ điểm I, ta kẻ IA ⊥ DE; IB ⊥ EF và IC ⊥ DF.

- Vì điểm I cách đều hai cạnh DE và DF nên điểm I nằm trên đường phân giác của $\widehat{EDF}$.
- Tương tự, vì điểm I cách đều hai cạnh ED và EF nên điểm I nằm trên đường phân giác của $\widehat{DEF}$.
- Vì điểm I cách đều hai cạnh FE và FD nên điểm I nằm trên đường phân giác của $\widehat{EFD}$.



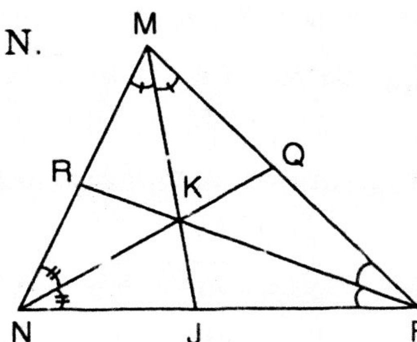
Vậy I là điểm chung của ba đường phân giác của ΔDEF (đpcm).

37. a) Cách vẽ: – Dựng tia phân giác MJ của góc M.

– Dựng tia phân giác NQ của góc N.

Vậy K là giao điểm của MJ và NQ, đó là điểm cần dựng.

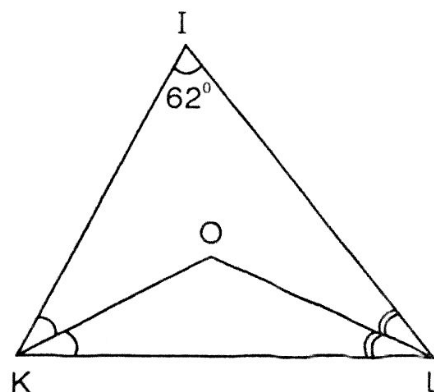
b) Chứng minh: Vì K là giao điểm của hai đường phân giác MJ và NQ xuất phát từ điểm M và N của tam giác MNP.



Theo định lí 2 về tính chất ba tia phân giác của tam giác thì điểm K cách đều ba cạnh của tam giác MNP.

Vậy điểm I dựng được thỏa mãn yêu cầu bài toán.

38. a) Trong tam giác KOL, ta có:



$$\widehat{KOL} + \widehat{OLK} + \widehat{LKO} = 180^0$$

$$\Rightarrow \widehat{KOL} = 180^0 - (\widehat{OLK} + \widehat{LKO})$$

$$\Rightarrow \widehat{KOL} = 180^0 - \frac{\hat{L} + \hat{K}}{2} \quad (1)$$

Trong tam giác IKL, ta có:

$$\hat{I} + \hat{K} + \hat{L} = 180^0$$

$$\Rightarrow \hat{L} + \hat{K} = 180^0 - \hat{I}$$

$$\Rightarrow \frac{\hat{L} + \hat{K}}{2} = \frac{180^0 - \hat{I}}{2} = \frac{180^0 - 62^0}{2} = \frac{118^0}{2} = 59^0$$

Thế vào (1), ta được: $\widehat{KOL} = 180^0 - \frac{\hat{L} + \hat{K}}{2} = 180^0 - 59^0 = 121^0$

Vậy $\widehat{KOL} = 121^0$.

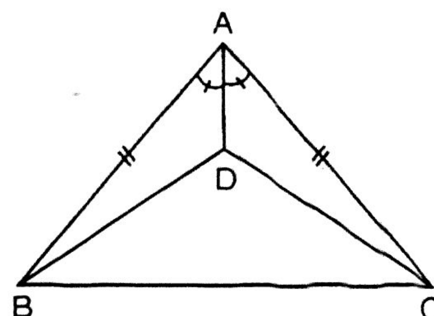
b) Theo hình vẽ ta có KO là đường phân giác của $\hat{K}$ và LO là đường phân giác của $\hat{L}$. Nối IO thì IO sẽ là đường phân giác của góc I (Vì 3 đường phân giác trong tam giác cũng đi qua một điểm).

Vậy $\widehat{KIO} = \frac{\widehat{KIL}}{2} = \frac{62^0}{2} = 31^0$.

c) Vì O là giao điểm của ba đường phân giác của ΔIKL. Do đó, điểm O cách đều ba cạnh của ΔIKL.

Luyện tập

39. Cho hình bên.



a) Chứng minh: ΔABD = ΔACD.

b) So sánh góc DBC và góc DCB.

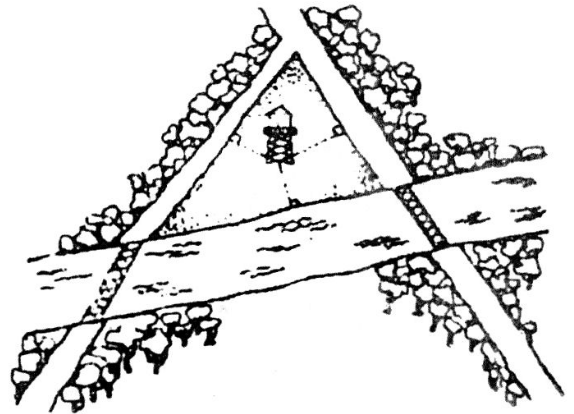
40. Cho tam giác ABC cân tại A. Gọi G là trọng tâm, I là điểm nằm trong tam giác và cách đều ba cạnh của tam giác đó. Chứng minh ba điểm A, G, I thẳng hàng.

41. Hỏi trọng tâm của một tam giác đều có cách đều ba cạnh của nó hay không? Vì sao?

42. Chứng minh định lí: Nếu tam giác có một đường trung tuyến đồng thời là đường phân giác thì tam giác đó là tam giác cân.

Gợi ý: Trong ΔABC, nếu AD vừa là đường trung tuyến vừa là đường phân giác thì kéo dài trung tuyến AD một đoạn DA_1 sao cho $AD = DA_1$. Chứng minh $\Delta ADC = \Delta A_1DB$, suy ra $A_1B = AC$. Sau đó chứng minh tam giác BAA_1 cân, suy ra $BA = BA_1$. Từ đó suy ra được tam giác ABC cân.

43. Đố: Có hai con đường cắt nhau và cùng cắt một con sông tại hai điểm khác nhau (hình bên).

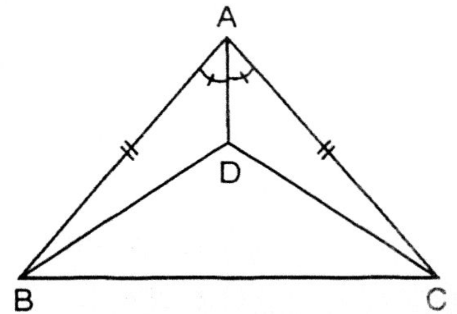


Hãy tìm một điểm để xây dựng một đài quan sát sao cho các khoảng cách từ đó đến hai con đường và đến bờ sông bằng nhau.

Có tất cả mấy địa điểm như vậy?

Giải

39. a) Chứng minh $\Delta ABD = \Delta ACD$



Xét hai tam giác ABD và ACD, ta có:

$AB = AC$

$\widehat{BAD} = \widehat{CAD}$

AD: cạnh chung

Vậy $\Delta ABD = \Delta ACD$ (c.g.c)

b) Vì $\Delta ABD = \Delta ACD \Rightarrow \widehat{ABD} = \widehat{ACD}$ (1)

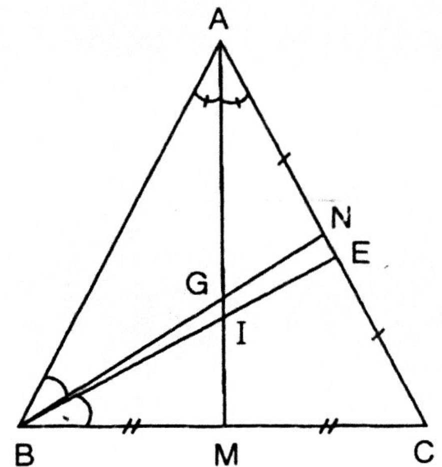
Hơn nữa, ΔABC cân ở A (vì AB = AC)

$\Rightarrow \widehat{ABC} = \widehat{ACB}$ (2)

Từ (1) và (2), ta có: $\widehat{DBC} = \widehat{ABC} - \widehat{ABD} = \widehat{ACB} - \widehat{ACD} = \widehat{DCB}$

Vậy $\widehat{DBC} = \widehat{DCB}$.

40. Vì ΔABC cân tại A và AM, BN là 2 đường trung tuyến chúng cắt nhau tại G.



Vậy G thuộc AM (1)

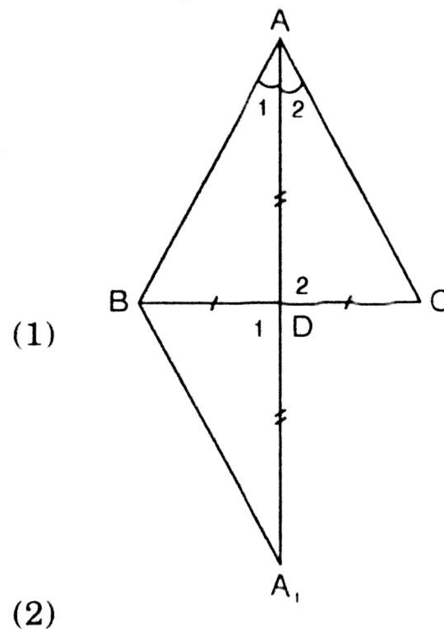
Vì I là điểm nằm trong tam giác ABC và cách đều ba cạnh nên I là giao điểm ba đường phân giác trong.

Ta có: ΔABC cân tại A nên đường thẳng AM là đường trung tuyến cũng là đường phân giác nên I thuộc AM (2).

Từ (1) và (2) suy ra: Ba điểm A, G, I thẳng hàng, hay trong tam giác cân ABC (AB = AC) đỉnh A, điểm cách đều ba cạnh và trọng tâm của tam giác là ba điểm thẳng hàng.

41. Trả lời: Trong tam giác đều, ba đường trung tuyến đồng thời cũng là ba đường phân giác, do đó trọng tâm G (giao điểm của ba đường trung tuyến) cũng là điểm cách đều (giao điểm ba đường phân giác) ba cạnh của tam giác.

42. Kéo dài trung tuyến AD một đoạn DA_1 sao cho $AD = DA_1$.



– Xét hai tam giác ADC và ADB, ta có:

BD = DC (do AD là trung tuyến)

$\widehat{D}_1 = \widehat{D}_2$ (đối đỉnh)

$AD = DA_1$ (do cách vẽ)

Vậy $\Delta ADC = \Delta A_1DB$ (c.g.c)

Suy ra $BA_1 = AC$ (1)

$$\left.\begin{array}{l}\widehat{A}_1 = \widehat{DAC} \\ \text{Mà } \widehat{BAD} = \widehat{DAC}\end{array}\right\} \Rightarrow \widehat{A}_1 = \widehat{BAD}$$

– Xét tam giác ABA_1, ta có: $\widehat{A}_1 = \widehat{BAD}$

Vậy ΔBAD cân tại $\widehat{B}$ nên $AB = BA_1$ (2)

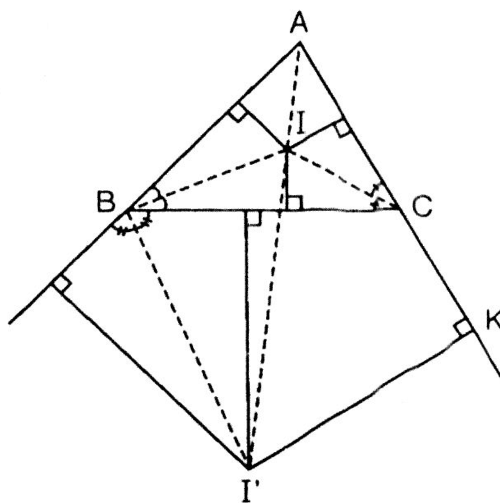
Từ (1) và (2) ta được: AB = AC.

Vậy ΔABC là tam giác cân tại A (đpcm)

43. *Hướng dẫn:* Ta hình dung hai con đường cắt nhau và cùng cắt một con sông tạo thành một tam giác ABC.

Địa điểm để xây dựng đài quan sát thỏa mãn đề bài phải là giao điểm 3 đường phân giác trong của tam giác ABC.

Hơn nữa giao điểm của hai đường phân giác ngoài của góc $\widehat{B}$ và $\widehat{C}$ cũng thỏa mãn điều kiện của đề bài (xem lại bài tập 31).



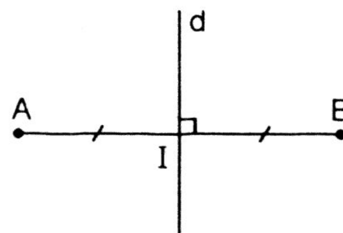
Vậy các địa điểm để xây dựng đài quan sát là I, I'.

§7. TÍNH CHẤT ĐƯỜNG TRUNG TRỰC CỦA MỘT ĐOẠN THẲNG

I. KIẾN THỨC CƠ BẢN

1. Định nghĩa đường trung trực của một đoạn thẳng:

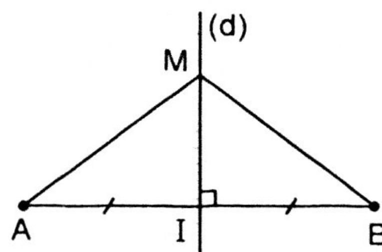
Đường thẳng đi qua trung điểm của đoạn thẳng và vuông góc với đoạn thẳng gọi là đường trung trực của đoạn thẳng ấy.



Trên hình bên, d là đường trung trực của đoạn AB.

2. * Định lí 1: Điểm nằm trên đường trung trực của một đoạn thẳng thì cách đều hai mút của đoạn thẳng đó.

GT	d là đường trung trực của AB M∈d
KL	MA = MB



* Định lí 2: Điểm cách đều hai mút của một đoạn thẳng thì nằm trên đường trung trực của đoạn thẳng đó.

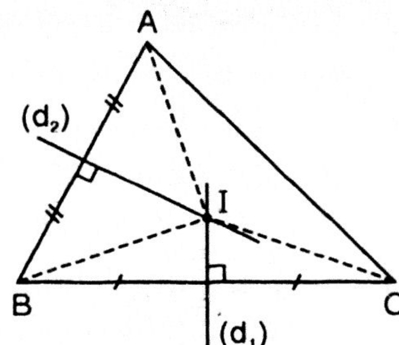
3. Nhận xét: Tập hợp các điểm cách đều hai mút của một đoạn thẳng là đường trung trực của đoạn thẳng đó.

II. BÀI TẬP SÁCH GIÁO KHOA

A. Bài tập mẫu

Gọi I là giao điểm của hai đường trung trực của các cạnh AB, AC của tam giác ABC. Chứng minh rằng điểm I cách đều ba đỉnh của tam giác ấy.

Giải



Vì I nằm trên đường trung trực của đoạn thẳng AB nên IA = IB (1)

Vì I nằm trên đường trung trực của đoạn BC nên IB = IC (2)

Từ (1) và (2) suy ra: IA = IB = IC.

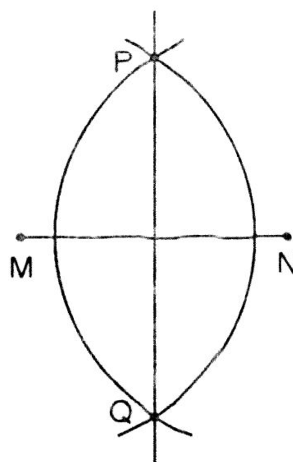
Vậy điểm I cách đều ba đỉnh của tam giác ABC.

B. Bài tập giáo khoa cơ bản

44. Gọi M là điểm nằm trên đường trung trực của đoạn thẳng AB. Cho đoạn thẳng MA có độ dài 5cm. Hỏi độ dài MB bằng bao nhiêu?

45. Chứng minh đường thẳng PQ được vẽ như trong hình bên đúng là đường trung trực của đoạn thẳng MN.

Gợi ý: Sử dụng định lí 2.



46. Cho ba tam giác cân ABC, DBC, EBC có chung đáy BC. Chứng minh ba điểm A, D, E thẳng hàng.

Giải

44. Học sinh tự giải (tương tự bài tập mẫu số 1).

45. Xem hình trên theo cách vẽ ta có:

Vì hai đường tròn tâm M và N có bán kính bằng nhau nên:

$$PM = PN$$

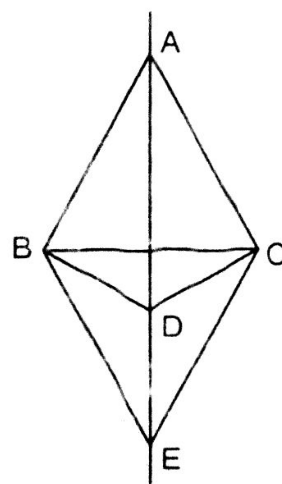
$$QM = QN$$

Điều này chứng tỏ rằng cả P và Q cùng cách đều hai đầu mút của đoạn thẳng MN. Vậy điểm P và điểm Q nằm trên đường trung trực của AB hay PQ là đường trung trực của đoạn thẳng AB. (đpcm)

46. – Vì ΔABC cân tại A nên AB = AC. Suy ra điểm A nằm trên đường trung trực của đoạn thẳng BC. (1)

– Tương tự: Điểm D và E cũng nằm trên đường trung trực của đoạn thẳng AB. (2)

Từ (1) và (2) chứng tỏ rằng 3 điểm A, D, E cùng nằm trên đường trung trực của đoạn thẳng BC hay ba điểm A, D, E thẳng hàng (đpcm).

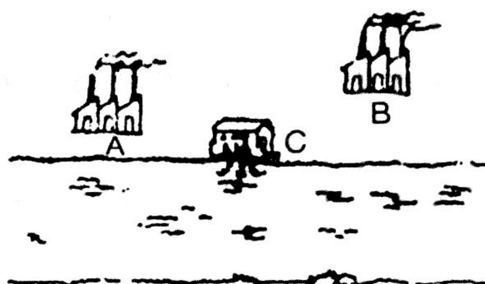


Luyện tập

47. Cho hai điểm M, N nằm trên đường trung trực của đoạn thẳng AB. Chứng minh $\Delta AMN = \Delta BMN$.

48. Hai điểm M và N cùng nằm trên một nửa mặt phẳng có bờ là đường thẳng xy. Lấy điểm L đối xứng với M qua xy. Gọi I là một điểm của xy. Hãy so sánh IM + IN với LN.

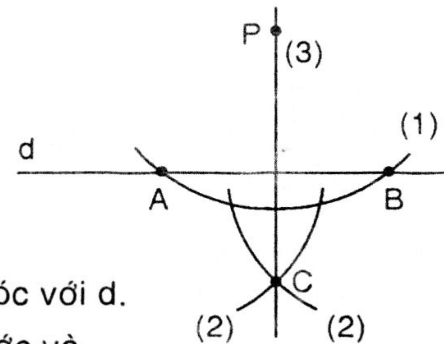
49. Hai nhà máy được xây dựng bên bờ một con sông tại hai điểm A và B (hình bên). Hãy tìm cạnh bờ sông một địa điểm C để xây dựng một trạm bơm đưa nước về cho hai nhà máy sao cho độ dài đường ống dẫn nước là ngắn nhất.



50. Một con đường quốc lộ cách không xa hai điểm dân cư (hình bên). Hãy tìm bên đường đó một địa điểm để xây dựng một trạm y tế sao cho trạm y tế này cách đều hai điểm dân cư.



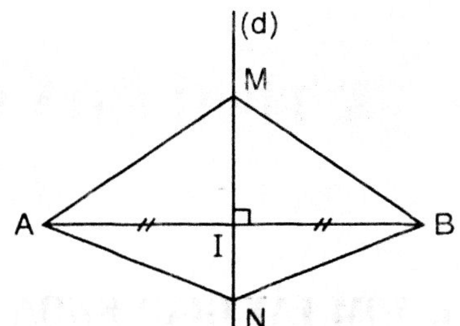
51. Cho đường thẳng d và điểm P không nằm trên d. Hình bên minh họa cho cách dựng đường thẳng đi qua điểm P và vuông góc với đường thẳng d bằng thước và compa như sau:



(1) Vẽ đường tròn tâm P với bán kính thích hợp sao cho nó cắt d tại hai điểm A và B.

(2) Vẽ hai đường tròn với bán kính như nhau có tâm tại A và B sao cho chúng cắt nhau. Gọi một giao điểm của chúng là C.

(3) Vẽ đoạn thẳng PC.



Em hãy chứng minh đường thẳng PC vuông góc với d.

Đố: Tìm thêm một cách vẽ nữa cũng bằng thước và compa.

Giải

47. – Vì M nằm trên đường thẳng (d) trung trực của đoạn AB nên MA = MB

Vì N nằm trên đường thẳng (d), trung trực của đoạn AB nên NA = NB.

– Xét hai tam giác ΔAMN và ΔBMN, ta có:

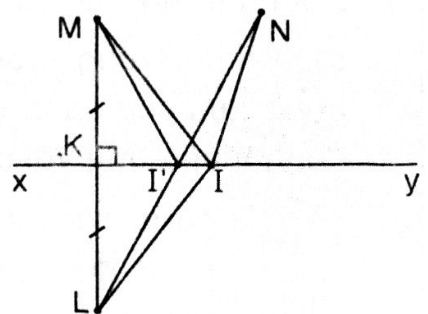
MA = MB

NA = NB

MN : chung

Vậy ΔAMN = ΔBMN (đpcm)

48. Ta có: xy ⊥ ML (gt) và KM = KL (gt) nên xy là đường trung trực của đoạn thẳng ML.



Gọi I' là giao điểm NL và xy.

- Nếu I ≡ I' thì:

  IM + IN = I'M + I'N = I'L + I'N = LN

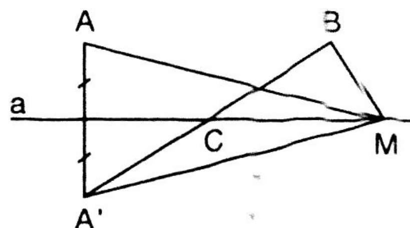
  (vì I' nằm trên xy nên I'M = I'L)

- Nếu I ≠ I', xét tam giác LIN:

  LN < IN + IL ⇔ LN < IN + IM (vì I nằm trên xy nên IM = IL)

49. Giả sử bờ sông là đường thẳng a. Cần tìm vị trí của điểm C sao cho AC + CB nhỏ nhất.

Cách xác định vị trí điểm C như sau: Ta lấy một điểm A' sao cho đường thẳng a là đường trung trực của AA'. Nối A' với B cắt đoạn thẳng a tại C, đó là vị trí cần để xây dựng trạm bơm.



Thật vậy, lấy một điểm M bất kì trên a

$\Rightarrow$ MA = MA'

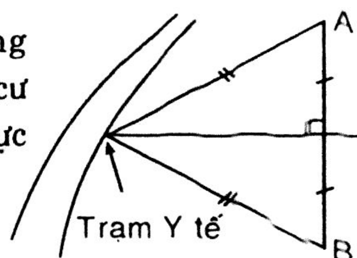
Khi đó: MA + MB = MA' + MB

Trong ΔA'BM, ta có: MA' + MB $\geq$ A'B

hay MA + MB $\geq$ CA + CB

Ta có MA + MB nhỏ nhất là bằng A'B khi M là giao điểm của đường thẳng a và đoạn thẳng AB. Đó là vị trí của điểm C trên bờ sông (như hình vẽ).

50. Giả sử gọi 2 điểm dân cư đó là A và B. Để xây dựng trạm y tế ở bên đường và cách đều hai điểm dân cư thì trạm y tế đó phải nằm trên đường trung trực của đoạn thẳng AB tại giao điểm với con đường.



51. Học sinh tự giải.

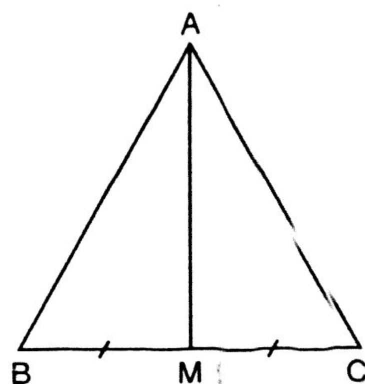
§8. TÍNH CHẤT BA ĐƯỜNG TRUNG TRỰC CỦA TAM GIÁC

I. TÓM TẮT GIÁO KHOA

1. Đường trung trực của tam giác

Định lí 1: Trong một tam giác cân, đường trung trực của cạnh đáy đồng thời là đường trung tuyến ứng với cạnh này.

GT	ΔABC cân tại A AM là đường trung trực của cạnh BC
KL	MB = MC



2. Tính chất ba đường trung trực của tam giác

Định lí 2: Ba đường trung trực của tam giác cùng đi qua một điểm. Điểm này cách đều ba đỉnh của tam giác đó.

GT	ΔABC : a là đường trung trực của BC b là đường trung trực của AC c là đường trung trực của AB b và c cắt nhau tại O
KL	1. O nằm trên đường trung trực của BC 2. OA = OB = OC

II. BÀI TẬP SÁCH GIÁO KHOA

A. Bài tập mẫu

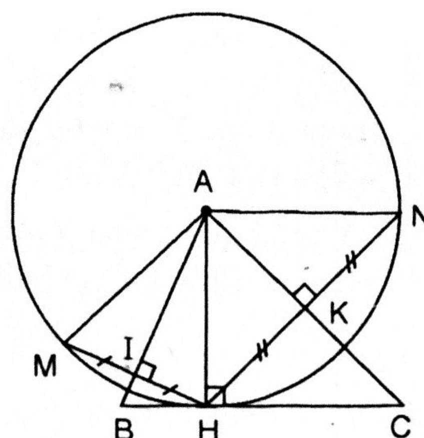
Cho tam giác ABC và đường cao AH.

a) Dựng điểm M sao cho đường thẳng AB là đường trung trực của đoạn thẳng HM.

b) Dựng điểm N sao cho đường thẳng AC là đường trung trực của đường thẳng HN.

c) Điểm nào là tâm đường tròn đi qua các đỉnh của tam giác MHN?

Giải



a) * Cách dựng: Từ H vẽ $HI \perp AB$ tại I, trên tia IH xác định điểm M sao cho: IH = IM

Vậy M là điểm cần dựng.

* Chứng minh:

Ta có $AB \perp HM$ tại I và IM = IH

Vậy AB là đường trung trực HM.

b) * Cách dựng: Dựng $HK \perp AC$ tại K. Trên tia KH xác định điểm N sao cho KH = KN. Vậy N là điểm cần dựng.

* Chứng minh: Ta có: AC là đường trung trực của HN vì AC đi qua trung điểm K của HN và $AC \perp HN$.

c) Ta có A nằm trên đường trung trực của HM nên: AM = AH (1)

Ta cũng có A nằm trên đường trung trực của HN nên: AH = AN (2)

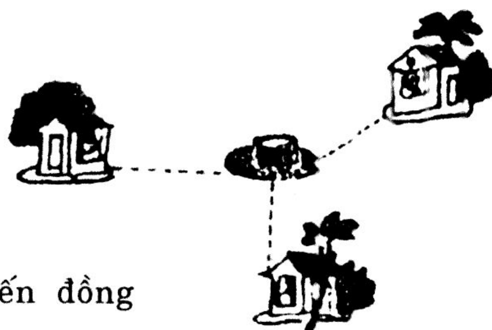
Từ (1) và (2) ta có: AM = AH = AN

Vậy điểm A chính là tâm đường tròn đi qua ba đỉnh của tam giác MHN.

B. Bài tập giáo khoa cơ bản

52. Chứng minh định lí: Nếu tam giác có một đường trung tuyến đồng thời là đường trung trực ứng với cùng một cạnh thì tam giác đó là một tam giác cân.

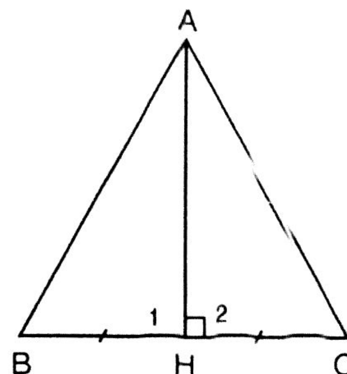
53. Ba gia đình quyết định đào chung một cái giếng (hình bên). Phải chọn vị trí của giếng ở đâu để các khoảng cách từ giếng đến các nhà bằng nhau?



Giải

52. Xét tam giác ABC với AH là trung tuyến đồng thời là đường trung trực, nên ta có:

$$AH \perp BC \text{ và } HB = HC$$



Xét hai tam giác vuông ΔHAB và ΔHAC, ta có:

$HB = HC$

$\widehat{H_1} = \widehat{H_2} = 90^0$

AH: cạnh chung

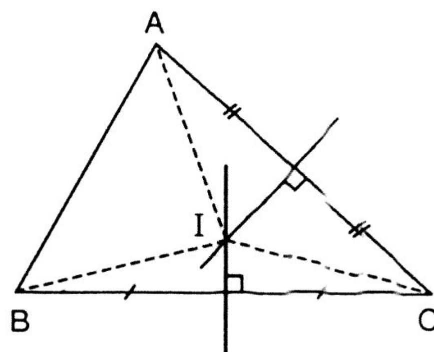
Vậy $\Delta HAB = \Delta HAC \Rightarrow AB = AC$

Hay ΔABC cân tại A (đpcm).

53. Giả sử ba ngôi nhà xây dựng ở ba điểm A, B, C tạo thành ΔABC.

Để khoảng cách từ giếng đến ba nhà bằng nhau thì vị trí của giếng phải là giao điểm I của ba đường trung trực ba cạnh của ΔABC.

(Vì giao điểm của 3 đường trung trực cách đều ba đỉnh của ΔABC).



Luyện tập

54. Vẽ đường tròn đi qua ba đỉnh của tam giác ABC trong các trường hợp sau:

a) $\widehat{A}$, $\widehat{B}$, $\widehat{C}$ đều nhọn;

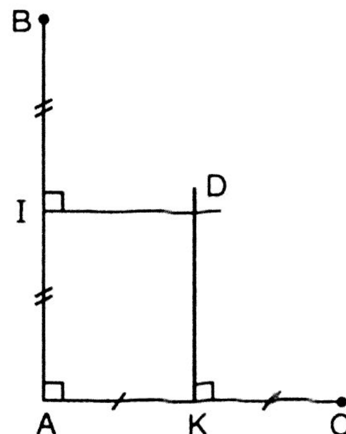
b) $\widehat{A} = 90^0$;

c) $\widehat{A} > 90^0$.

55. Cho hình bên.

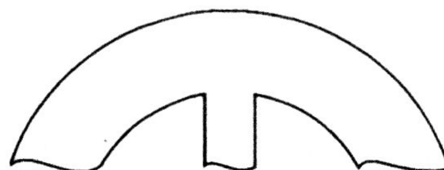
Chứng minh ba điểm B, C, D thẳng hàng.

Gợi ý: Chứng minh: $\widehat{ADB} + \widehat{ADC} = 180^0$.

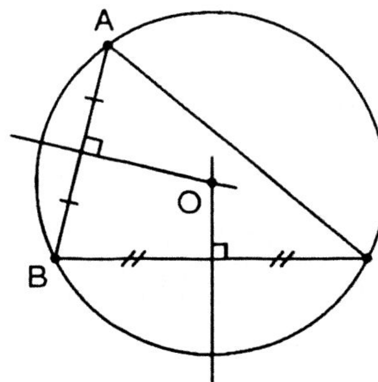


56. Sử dụng bài 55 để chứng minh rằng: Điểm cách đều ba đỉnh của một tam giác vuông là trung điểm của cạnh huyền của tam giác đó. Từ đó hãy tính độ dài đường trung tuyến xuất phát từ đỉnh góc vuông theo độ dài cạnh huyền của một tam giác vuông.

57. Có một chi tiết máy (mà đường viền ngoài là đường tròn) bị gãy (hình bên). Làm thế nào để xác định được bán kính của đường viền này?



Giải



54. a) Trường hợp $\widehat{A}$, $\widehat{B}$, $\widehat{C}$ đều nhọn

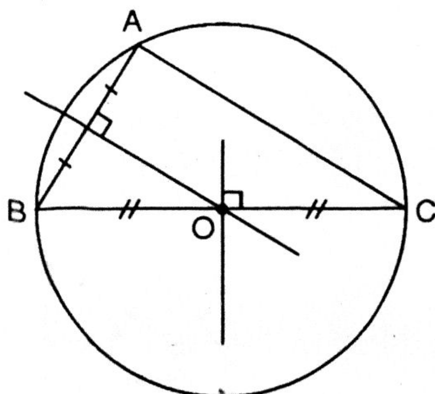
– Cách dựng: Vẽ ΔABC có 3 góc đều nhọn.

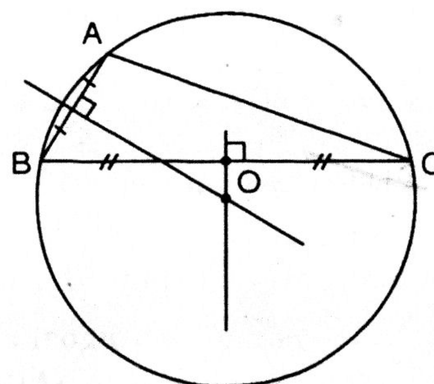
– Dựng đường trung trực của cạnh AB và BC. Hai đường trung trực này cắt nhau tại O. Vậy O là tâm đường tròn đi qua ba đỉnh A, B, C. Vẽ đường tròn tâm O bán kính OA, đó là đường tròn cần dựng.

* Chứng minh: Vì O là giao điểm của hai đường trung trực của hai cạnh AB và BC nên: OA = OB = OC

Do đó O cách đều ba đỉnh A, B, C của ΔABC. Vậy đường tròn tâm O dựng được thỏa mãn yêu cầu của bài toán.

b), c) Dựng tương tự như câu a)





* Chú ý: a) Trường hợp $\widehat{A}$, $\widehat{B}$, $\widehat{C}$ đều nhọn; tâm O nằm trong ΔABC.

b) Trường hợp $\widehat{A} = 90^0$:

Tâm O trùng với trung điểm cạnh huyền BC của ΔABC.

c) Trường hợp $\widehat{A} > 90^0$. Tâm O nằm ngoài ΔABC.

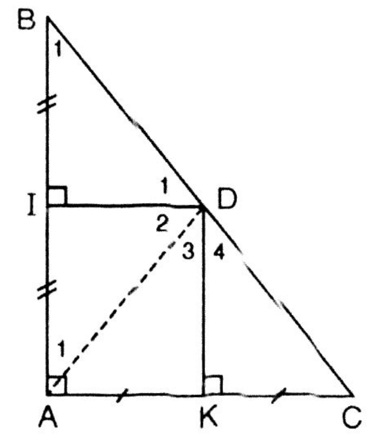
55. Nối B và C với D, ta có: Tam giác IBD vuông tại I, do đó: $\widehat{D_1} + \widehat{B_1} = 90^0$.

– Xét tam giác ABD, ta có DI vừa là đường cao, vừa là đường trung tuyến. Vậy ΔABD cân tại D.

Vì DI là đường trung tuyến của tam giác cân ABD nên DI cũng là đường phân giác $\Rightarrow \widehat{D_1} = \widehat{D_2}$ (1)

– Tương tự ΔADC cân tại D. Suy ra đường trung tuyến AK cũng là đường phân giác $\Rightarrow \widehat{D_3} = \widehat{D_4}$ (2)

– Vì BA ⊥ AC (gt) và DK ⊥ AC (gt) $\Rightarrow$ BA // DK



$\widehat{A_1}$ và $\widehat{D_3}$ là hai góc so le trong $\Rightarrow \widehat{A_1} = \widehat{D_3}$

– Ta có: $\widehat{BDC} = \widehat{D_1} + \widehat{D_2} + \widehat{D_3} + \widehat{D_4} = 2\widehat{D_1} + 2\widehat{D_3}$

$= 2\widehat{D_1} + 2\widehat{B} = 2(\widehat{D_1} + \widehat{B})$

$= 2.90^0 = 180^0$.

Vậy góc $\widehat{BDC} = 180^0$ hay $\widehat{BDC}$ là góc bẹt.

Suy ra ba điểm B, D, C thẳng hàng (đpcm).

56. Dựa vào kết quả bài 50, ta có: Ba điểm B, D, C thẳng hàng (1)

Vì ΔABD cân tại D nên DB = DA và ΔADC cân tại D nên DC = DA $\Rightarrow$ DB = DC = DA (2)

Từ (1) và (2) suy ra: "Điểm cách đều ba đỉnh của một tam giác vuông là trung điểm của cạnh huyền tam giác đó".

Vì ba điểm B, D, C thẳng hàng nên: DB + DC = BC.

Ta còn có: DA = DB = DC (do (2))

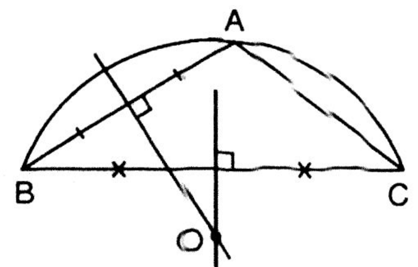
Suy ra: DB + DC = DA + DA = BC

hay $2DA = BC \Rightarrow DA = \dfrac{BC}{2}$.

57. Vì đường viền ngoài của chi tiết máy là đường tròn nên để xác định bán kính đường tròn, ta làm như sau:

Ta vẽ đường viền ngoài của chi tiết máy đó lên tờ giấy, ta vẽ ΔABC.

Vẽ trung trực của 2 cạnh AB, BC của tam giác ABC, chúng cắt nhau tại O.

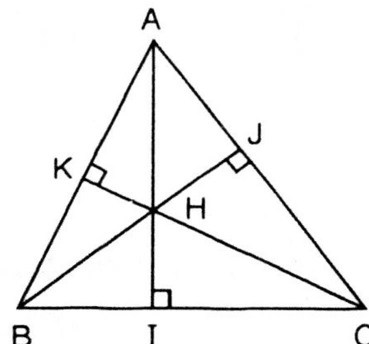


Điểm O là tâm đường tròn đi qua ba đỉnh A, B, C của tam giác ABC. Lúc đó bán kính của đường tròn là OA hoặc OB hoặc OC mà ta cần xác định.

§9. TÍNH CHẤT BA ĐƯỜNG CAO CỦA TAM GIÁC

I. KIẾN THỨC CƠ BẢN

1. *Định nghĩa:* Trong một tam giác đoạn vuông góc kẻ từ một đỉnh đến đường thẳng chứa cạnh đối diện gọi là đường cao của tam giác đó. Mỗi tam giác có ba đường cao.



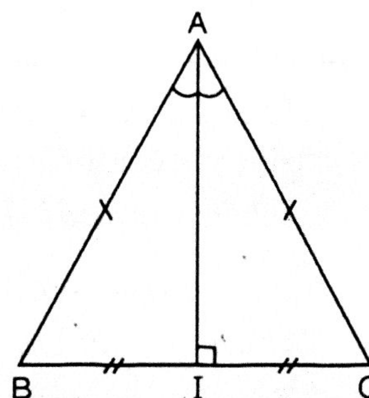
2. Tính chất ba đường cao của tam giác:

   Định lí: Ba đường cao của tam giác cùng đi qua một điểm.

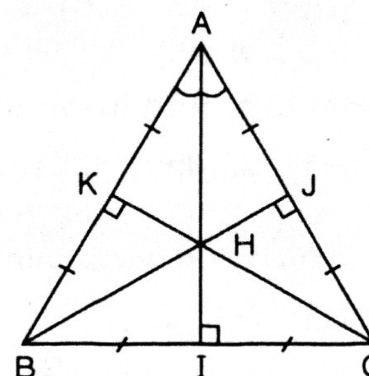
   Điểm đó gọi là trực tâm của tam giác.

3. Vẽ đường cao, trung tuyến, trung trực, phân giác của tam giác cân:

   Định lí: Trong một tam giác cân, đường trung trực ứng với cạnh đáy cũng đồng thời là đường phân giác, đường trung tuyến và đường cao cùng xuất phát từ đỉnh đối diện với cạnh đó.



   Định lí: Trong một tam giác, nếu hai trong bốn loại đường (đường trung tuyến, đường phân giác, đường cao cùng xuất phát từ một đỉnh và đường trung trực ứng với cạnh đối diện của đỉnh này) trùng nhau thì tam giác đó là một tam giác cân.



4. Hệ quả: Trong một tam giác đều, trọng tâm, trực tâm, điểm cách đều ba đỉnh, điểm nằm trong tam giác và cách đều ba cạnh là bốn điểm trùng nhau.

II. BÀI TẬP SÁCH GIÁO KHOA

A. Bài tập mẫu

1. Dựng trực tâm H của ΔABC. Trực tâm của các tam giác BCH, CAH, ABH là những điểm nào?

2. Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH. Xác định trực tâm của các tam giác ABC, AHB và AHC?

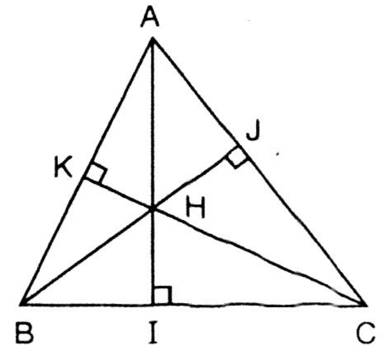
Giải

1. a) * Cách dựng:

- Dựng đường cao AI và đường cao BJ của ΔABC.
- Gọi H là giao điểm của AI và BJ. Điểm H là trực tâm cần dựng.

* Chứng minh: Vì H là giao điểm của hai đường cao AI và BJ của ΔABC, theo định lí về tính chất ba đường cao của tam giác thì đường cao CK phải đi qua H.

Vậy H chính là trực tâm của ΔABC.



b) Theo cách dựng trực tâm H của ΔABC, ta suy ra:

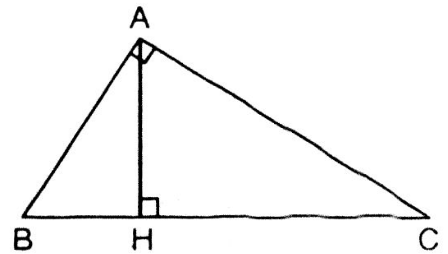
- Trực tâm của ΔBHC là điểm A.
- Trực tâm của ΔCAH là điểm B.
- Trực tâm của ΔAHB là điểm C.

2. – Ta có: AH ⊥ BC tại H.

Ta vẽ đường cao phát xuất từ đỉnh B đối với cạnh AC, ta thấy đó chính là BA.

Tương tự, ta vẽ đường cao phát xuất từ đỉnh C đối với cạnh AB, ta thấy đó chính là CA.

Ba đường cao AH, BH, CA cắt nhau tại A.



Vậy A là trực tâm của tam giác vuông ABC ($\widehat{A} = 90^0$)

– Từ cách xác định trực tâm của tam giác vuông ABC, ta có:

* Trực tâm của tam giác vuông AHB là điểm H.
* Trực tâm của tam giác vuông AHC là điểm H.

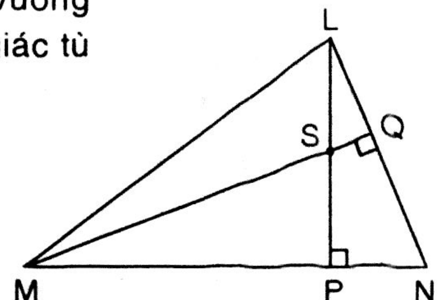
B. Bài tập giáo khoa cơ bản

58. Hãy giải thích tại sao trực tâm của tam giác vuông trùng với đỉnh góc vuông và trực tâm của tam giác tù nằm ở bên ngoài tam giác.

59. Cho hình bên.

a) Chứng minh NS ⊥ LM.

b) Khi $\widehat{LNP} = 50^0$, hãy tính góc MSP và góc PSQ.



60. Trên đường thẳng d, lấy ba điểm phân biệt I, J, K (J ở giữa I và K).

Kẻ đường thẳng ℓ vuông góc với d tại J. Trên ℓ lấy điểm M khác với điểm J. Đường thẳng qua I vuông góc với MK cắt ℓ tại N.

Chứng minh rằng KN ⊥ IM.

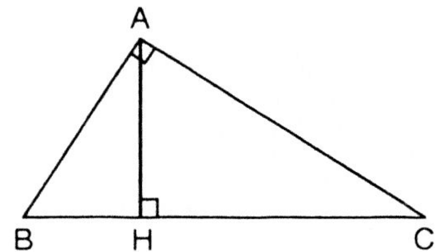
61. Cho tam giác ABC không vuông. Gọi H là trực tâm của nó.

a) Hãy chỉ ra các đường cao của tam giác HBC. Từ đó hãy chỉ ra trực tâm của tam giác đó.

b) Tương tự, hãy lần lượt chỉ ra trực tâm của các tam giác HAB và HAC.

62. Chứng minh rằng một tam giác có hai đường cao (xuất phát từ các đỉnh của hai góc nhọn) bằng nhau thì tam giác đó là tam giác cân. Từ đó chứng minh một tam giác có ba đường cao bằng nhau thì tam giác đó là tam giác đều.

Giải



58. * Trực tâm của tam giác vuông trùng với đỉnh góc vuông.

Cho ΔABC vuông tại A.

– Vẽ đường cao AH ứng với cạnh BC.

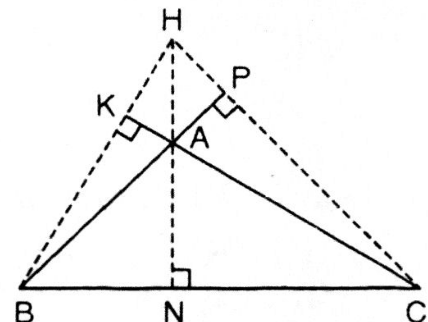
– Đường cao xuất phát từ đỉnh B ứng với cạnh AC chính là BA.

– Đường cao xuất phát từ đỉnh C ứng với cạnh AB chính là CA.

Ba đường cao này cắt nhau tại A. Vậy A là trực tâm của tam giác vuông ABC. Hay trực tâm của tam giác vuông trùng với đỉnh góc vuông.

* Trực tâm của tam giác tù nằm ở bên ngoài tam giác.

Cho ΔABC tù ($\widehat{A} > 90^0$)



– Vẽ đường cao AN ứng với cạnh BC

– Vẽ đường cao xuất phát từ đỉnh B ứng với cạnh AC, đó là đường BK (nằm ngoài ΔABC).

– Vẽ đường cao xuất phát từ đỉnh C ứng với cạnh AB, đó là đường CP (nằm ngoài ΔABC).

Ba đường cao AN, BK, CP cắt nhau tại H (nằm ngoài ΔABC).

Vậy H là trực tâm của ΔABC.

Trực tâm của một tam giác tù nằm ngoài tam giác vì trong một tam giác tù, hai đường cao xuất phát từ hai góc nhọn nằm ngoài tam giác. Khi đó ba đường cao sẽ cắt nhau tại một điểm nằm ngoài tam giác đó.

59. a) Chứng minh NS ⊥ LM

Trong tam giác LMN, ta có:

LP ⊥ MN ; MQ ⊥ LN và LP cắt MQ tại S.

Vậy S là trực tâm của tam giác LMN. Suy ra NS là đường cao thứ ba của tam giác LMN hay NS ⊥ LM (**đpcm**).

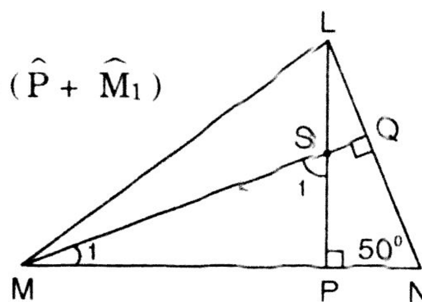
b) * Tính $\widehat{MSP} = ?$

– Trong tam giác vuông QMN ta có:

$$\hat{Q} + \widehat{M_1} + \hat{N} = 180^0 \Rightarrow \widehat{M_1} = 180^0 - (\hat{Q} + \hat{N})$$

hay $\widehat{M_1} = 180^0 - (90^0 + 50^0) = 40^0$

– Trong tam giác vuông SMP, ta có



$$\hat{P} + \hat{S_1} + \widehat{M_1} = 180^0 \Rightarrow \hat{S_1} = 180^0 - (\hat{P} + \widehat{M_1})$$

hay $\hat{S_1} = 180^0 - (90^0 + 40^0) = 50^0$

Vậy $\widehat{MSP} = 50^0$.

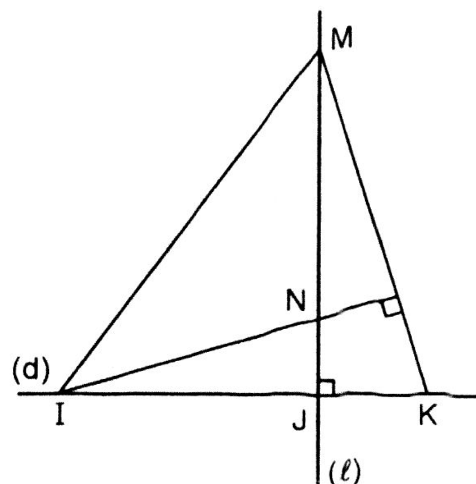
Tính $\widehat{PSQ} = ?$

Ta có: $\widehat{MSP} + \widehat{PSQ} = 180^0 \Rightarrow \widehat{PSQ} = 180^0 - \widehat{MSP}$

hay $\widehat{PSQ} = 180^0 - 50^0 = 130^0$

Vậy $\widehat{PSQ} = 130^0$.

60. Chứng minh KN ⊥ IM



Nối M với I và M ta được ΔMIK

Trong ΔMIK, ta có:

NJ ⊥ IK (do l ⊥ d)

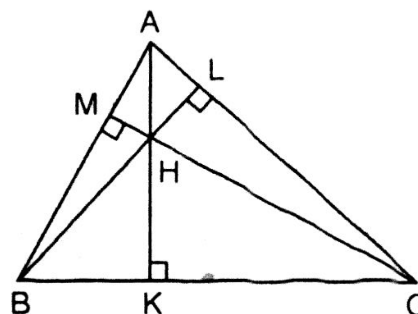
IN ⊥ MK (do đường thẳng qua I vuông góc với MK) và MJ cắt IN tại N.

Vậy N là trực tâm của ΔMIK

Suy ra KN là đường cao thứ ba của ΔMIK hay NK ⊥ IM (đpcm).

61. a) Vì H là trực tâm của ΔABC nên:

AK ⊥ BC; CM ⊥ AB; BL ⊥ AC.



– Trong ΔHBC ta có:

HK ⊥ BC (do AK ⊥ BC)

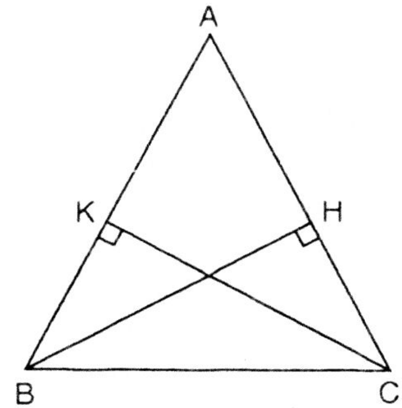
– Từ B vẽ đường cao ứng với cạnh CH của ΔHBC, ta được BM trùng với cạnh AB của ΔABC.

– Tương tự, từ C vẽ đường cao ứng với cạnh BH của ΔHBC, ta được CL trùng với cạnh AC của ΔABC.

Ba đường cao HK, BM và CL cắt nhau tại A. Vậy A là trực tâm của ΔHBC.

b) Tương tự câu a), C là trực tâm của ΔHAB, B là trực tâm của ΔHAC.

62. a) Vẽ $BH \perp AC$ và $CK \perp AB$.



– Xét hai tam giác vuông KBC và HCB, ta có:

BC: cạnh chung

BH = CK (gt)

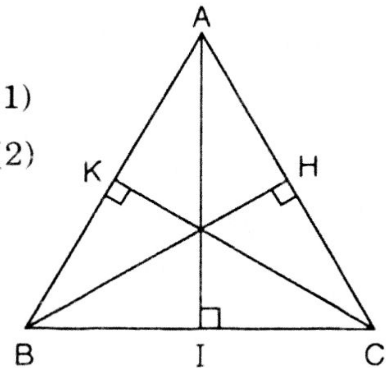
Vậy $\Delta KBC = \Delta HCB \Rightarrow \widehat{KBC} = \widehat{HCB}$

– Xét tam giác ABC, ta có:

$\widehat{KBC} = \widehat{HCB}$ hay $\widehat{ABC} = \widehat{ACB}$

Vậy ΔABC cân tại A (đpcm).

b) Theo câu a)



– Nếu BH = CK thì ΔABC cân tại A $\Rightarrow$ AB = AC (1)

– Nếu AI = BH thì ΔABC cân tại C $\Rightarrow$ CA = CB (2)

Từ (1) và (2) ta có: AB = BC = AC

Vậy ΔABC là tam giác đều.

ÔN TẬP CHƯƠNG III

A. Câu hỏi

1. Cho tam giác ABC. Hãy viết kết luận của hai bài toán sau về quan hệ giữa góc và cạnh đối diện trong một tam giác.

	Bài toán 1	Bài toán 2
Giả thiết	AB > AC	$\widehat{B} < \widehat{C}$
Kết luận		

2. Từ điểm A không thuộc đường thẳng d, kẻ đường vuông góc AH, các đường xiên AB, AC đến đường thẳng d. Hãy điền dấu (>, <) vào chỗ trống dưới đây cho đúng:

a) AB......AH : AC...... AH;

b) Nếu HB......HC thì AB......AC

c) Nếu AB......AC thì HB......HC.

3. Cho tam giác DEF. Hãy viết các bất đẳng thức về quan hệ giữa các cạnh của tam giác này.

4. Hãy ghép đôi hai ý ở hai cột để được khẳng định đúng.

Trong tam giác ABC

a) đường phân giác xuất phát từ đỉnh A.	a') là đường thẳng vuông góc với cạnh BC tại trung điểm của nó.
b) đường trung trực ứng với cạnh BC.	b') là đoạn vuông góc kẻ từ A đến đường thẳng BC.
c) đường cao xuất phát từ đỉnh A.	c') là đoạn thẳng nối A với trung điểm của cạnh BC.
d) đường trung tuyến xuất phát từ đỉnh A.	d') là đoạn thẳng có hai mút là đỉnh A và giao điểm của cạnh BC với tia phân giác của góc A.

5. Cũng với yêu cầu như câu 4.

Trong một tam giác

a) trọng tâm	a') là điểm chung của ba đường cao.
b) trực tâm	b') là điểm chung của ba đường trung tuyến.
c) điểm (nằm trong tam giác) cách đều ba cạnh.	c') là điểm chung của ba đường trung trực.
d) điểm cách đều ba đỉnh.	d') là điểm chung của ba đường phân giác.

6. a) Hãy nêu tính chất của trọng tâm của một tam giác; các cách xác định trọng tâm.

b) Bạn Nam nói: "Có thể vẽ được một tam giác có trọng tâm ở bên ngoài tam giác". Bạn Nam nói đúng hay sai? Tại sao?

7. Những tam giác nào có ít nhất một trung tuyến đồng thời là phân giác, đường trung trực, đường cao?

8. Những tam giác nào có trọng tâm đồng thời là trực tâm, điểm cách đều ba đỉnh, điểm nằm trong tam giác cách đều ba cạnh?

B. Bài tập

63. Cho tam giác ABC với AC < AB. Trên tia đối của tia BC lấy điểm D sao cho BD = AB. Trên tia đối của tia CB lấy điểm E sao cho CE = AC. Vẽ các đoạn thẳng AD, AE.

a) Hãy so sánh góc ADC và góc AEB.

b) Hãy so các đoạn thẳng AD và AE.

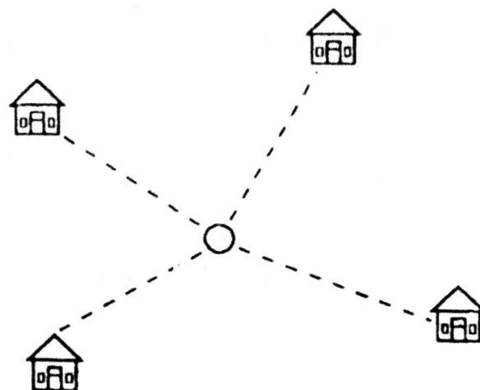
64. Gọi MH là đường cao của tam giác MNP.

Chứng minh rằng: Nếu MN < MP, thì HN < HP và $\widehat{NMH} < \widehat{PMH}$

(Yêu cầu xét hai trường hợp: khi góc N nhọn và khi góc N tù).

65. Có thể vẽ được mấy tam giác (phân biệt) với ba cạnh là ba trong năm đoạn thẳng có độ dài như sau: 1cm, 2cm, 3cm, 4cm và 5cm?

66. Đố: Bốn điểm dân cư được xây dựng như hình bên. Hãy tìm vị trí đặt một nhà máy sao cho tổng các khoảng cách từ nhà máy đến bốn khu dân cư này là nhỏ nhất.



67. Cho tam giác MNP với đường trung tuyến MR và trọng tâm Q.

a) Tính tỉ số các diện tích của hai tam giác MPQ và RPQ.

b) Tính tỉ số các diện tích của hai tam giác MNP và RNQ.

c) So sánh các diện tích của hai tam giác RPQ và RNQ.

Từ các kết quả trên, hãy chứng minh các tam giác QMN, QNP, QPM có cùng diện tích.

Gợi ý: Hai tam giác ở mỗi câu a, b, c có chung đường cao.

68. Cho góc xOy. Hai điểm A, B lần lượt nằm trên hai cạnh Ox, Oy.

a) Hãy tìm điểm M cách đều hai cạnh của góc xOy và cách đều hai điểm A, B.

b) Nếu OA = OB thì có bao nhiêu điểm M thỏa mãn các điều kiện trong câu a?

69. Cho hai đường thẳng phân biệt không song song, không vuông góc a và b, điểm M không nằm trên hai đường thẳng này. Qua M lần lượt vẽ đường thẳng c vuông góc với a tại P, cắt b tại Q và đường thẳng d vuông góc với b tại R, cắt a tại S. Chứng minh rằng đường thẳng qua M, vuông góc với SQ cũng đi qua giao điểm của a và b.

70. Cho A, B là hai điểm phân biệt và d là đường trung trực của đoạn thẳng AB.

a) Ta kí hiệu P_A là nửa mặt phẳng bờ d có chứa điểm A (không kể đường thẳng d). Gọi N là một điểm của P_A và M là giao điểm của đường thẳng NB và d. Hãy so sánh NB với NM + MA; từ đó suy ra NA < NB.

b) Ta kí hiệu P_B là nửa mặt phẳng bờ d có chứa điểm B (không kể d). Gọi N' là một điểm của P_B. Chứng minh rằng N'B < N'A.

c) Gọi L là một điểm sao cho LA < LB. Hỏi điểm L nằm ở đâu, trong P_A, P_B hay trên d?

Giải

A. Câu hỏi

Học sinh tự trả lời.

B. Bài tập

63. a) Trong ΔABC, ta có: AB > AC (gt) $\Rightarrow \widehat{ACB} > \widehat{ABC}$ (1)

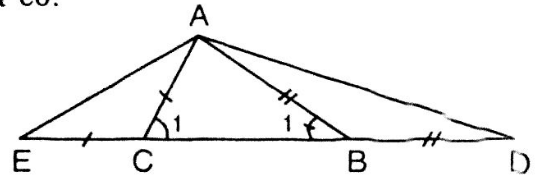
Từ (1) suy ra được: $\widehat{ACE} < \widehat{ABD}$ (hai góc kề bù) (2)

– Trong tam giác cân ACE, ta có:

$$\widehat{AEC} = \widehat{EAC} \text{ và } \widehat{AEC} + \widehat{EAC} + \widehat{ACE} = 180^0$$

hay $\widehat{ACE} + 2\widehat{AEC} = 180^0 \Rightarrow \widehat{AEC} = \dfrac{180^0 - \widehat{ACE}}{2}$ (3)

– Tương tự, trong tam giác cân ABD, ta có:



$$\widehat{ADB} = \frac{180^0 - \widehat{ABD}}{2} \quad (4)$$

– Mà $\widehat{ACE} < \widehat{ABD}$ (do (2)).

Từ (2), (3), (4) suy ra: $\dfrac{180^0 - \widehat{ACE}}{2} > \dfrac{180^0 - \widehat{ABD}}{2}$

hay $\widehat{AEC} > \widehat{ADB}$ hay $\widehat{AEB} > \widehat{ADC}$ (đpcm)

b) Xét ΔAED, ta có: $\widehat{AEB} > \widehat{ADC}$. Suy ra AD > AE.

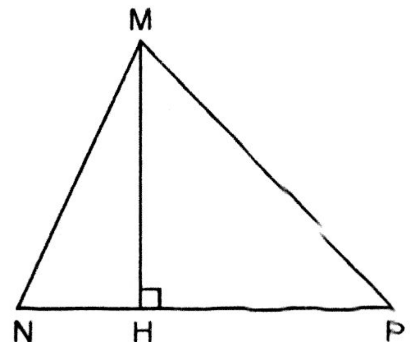
64. Trường hợp $\widehat{N}$ là góc nhọn.

Ta có MN, MP, MH là các đường xiên và đường vuông góc kẻ từ điểm M đến đường thẳng NP.

Theo giả thiết, ta có MN < MP và NH, HP lần lượt là hình chiếu của MN, MP lên NP.

Vậy HN < HP (định lí đảo)

Chứng minh $\widehat{NMH} < \widehat{PMH}$



ΔHMN vuông tại H nên $\widehat{NMH} = 90^0 - \widehat{N}$ (1)

ΔHMP vuông tại H nên $\widehat{HMP} = 90^0 - \widehat{P}$ (2)

Trong ΔMNP, vì MN < MP $\Rightarrow \widehat{N} > \widehat{P}$ (3)

Từ (1), (2), (3) ta suy ra được:

$90^0 - \widehat{N} < 90^0 - \widehat{P}$ hay $\widehat{NMH} < \widehat{PMH}$ (đpcm)

* Trường hợp $\widehat{N}$ là góc tù: (Học sinh chứng minh tương tự).

65. Về lí thuyết trong năm số 1, 2, 3, 4, 5 thì ta có thể chọn ra bộ 3 số để vẽ tam giác có độ dài 3 cạnh tương ứng với bộ 3 số đó.

Trong năm số 1, 2, 3, 4, 5 ta có các bộ ba số như sau:

(1, 2, 3), (2, 3, 4), (3, 4, 5), (5, 1, 2), (1, 2, 4), (1, 2, 5)

(1, 3, 4), (2, 4, 1), (3, 5, 1), (3, 5, 2), (4, 5, 1), (4, 5, 2)

Mà ta biết rằng trong một tam giác độ dài mỗi cạnh bao giờ cũng nhỏ hơn tổng độ dài hai cạnh còn lại và lớn hơn hiệu độ dài hai cạnh còn lại. Do đó ta chỉ vẽ được ba tam giác (phân biệt) có độ dài 3 cạnh lần lượt là: (2, 3, 4), (3, 4, 5) và (4, 5, 2).

66. Học sinh tự tìm lời giải.

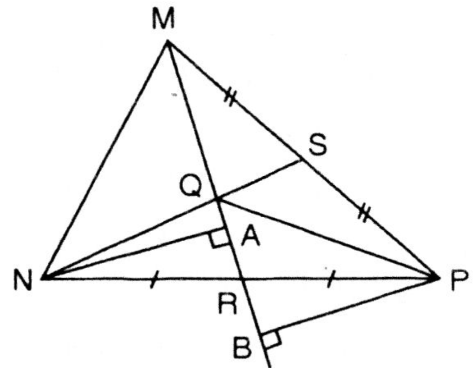
67. a) Vẽ $PB \perp MR$

Vậy tam giác MPQ và RPQ có chung đường cao PB.

Vì Q là trọng tâm của ΔMNR nên $MQ = 2QR$

Ta có: $S_{\Delta MPQ} = \frac{1}{2}MQ.PB = \frac{1}{2}2QR.PB = QR.PB$

và $S_{\Delta RPQ} = \frac{1}{2}QR.PB$



Vậy $\dfrac{S_{\Delta MPQ}}{S_{\Delta RPQ}} = \dfrac{QR.PB}{\frac{1}{2}QR.PB} = 2$

b) Vẽ $NA \perp MR$

Vậy NA là đường cao của ΔMNQ đồng thời là đường cao của ΔRNQ.

Vì Q là trọng tâm của ΔMNP nên $MQ = 2QR$

Ta có: $S_{\Delta MNQ} = \frac{1}{2}MQ.NA = \frac{1}{2}2QR.NA = QR.NA$ và $S_{\Delta RNQ} = \frac{1}{2}QR.NA$

Vậy $\dfrac{S_{\Delta MNQ}}{S_{\Delta RNQ}} = \dfrac{QR.NA}{\frac{1}{2}QR.NA} = 2.$

c) Xét hai tam giác vuông ANR và BPR, ta có:

$$\left.\begin{array}{l} RN = RP \text{ (gt)} \\ \widehat{NRA} = \widehat{PRB} \text{ (đđ)} \end{array}\right\} \Rightarrow \Delta ANR = \Delta BPR \Rightarrow NA = PB$$

Ta có: $S_{\Delta RPQ} = \frac{1}{2}QR.PB = \frac{1}{2}QR.NA = S_{\Delta RNQ}$

Vậy $S_{\Delta RPQ} = S_{\Delta RNQ}$

* Từ kết quả câu a) ta có:

$S_{\Delta MPQ} = 2S_{\Delta PRQ} = S_{\Delta QNP}$ (do câu c) (*)

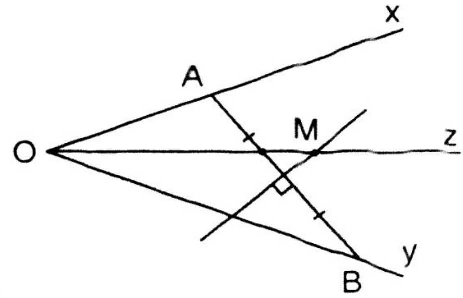
* Từ kết quả câu b), ta có:

$S_{\Delta MNQ} = 2S_{\Delta RNQ} = S_{\Delta QNP}$ (**)

Từ (*) và (**) suy ra:

$S_{\Delta QMN} = S_{\Delta QNP} = S_{\Delta QPM}$ (đpcm).

68. a) Tìm M khi OA ≠ OB

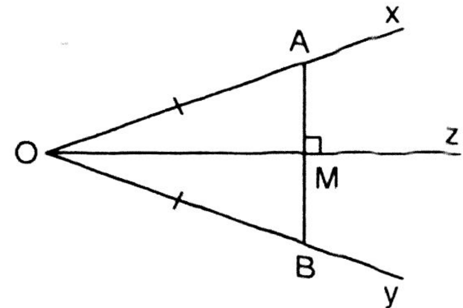


– Vì M cách đều hai cạnh Ox, Oy của $\widehat{xOy}$ nên M nằm trên đường phân giác Oz của góc xOy (1)

– Vì M cách đều hai điểm A, B nên M nằm trên đường trung trực của đoạn AB (2)

Từ (1) và (2) ta xác định được điểm M là giao điểm của đường phân giác Oz của $\widehat{xOy}$ và đường trung trực của đoạn AB.

b) Tìm M khi OA = OB



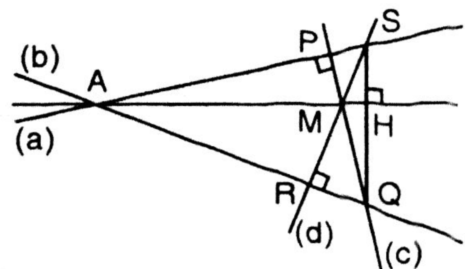
– Vì điểm M cách đều hai cạnh của góc xOy nên M nằm trên đường phân giác của góc xOy. (3)

– Ta có OA = OB. Vậy ΔAOB cân tại O.

Trong tam giác cân OAB đường phân giác Oz cũng là đường trung trực của đoạn AB (4)

Từ (3) và (4) ta xác định được vô số điểm M nằm trên Oz thỏa mãn điều kiện bài toán.

69. Vì hai đường thẳng a và b không song song nên a và b cắt nhau tại điểm A.



– Xét ΔAQS, ta có: QP ⊥ AS (vì QP ⊥ a)

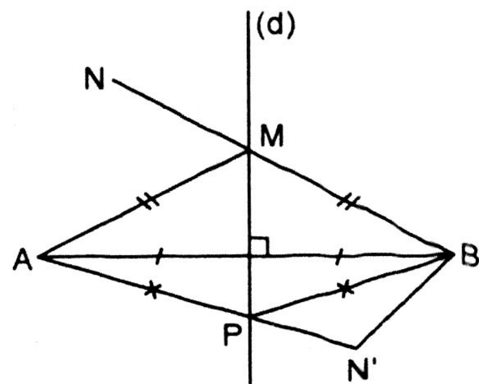
SR ⊥ AQ (vì SR ⊥ b)

Ta có QP và RS cắt nhau tại M.
Vậy M là trực tâm của ΔAQS.

– Đường thẳng đi qua trực tâm M và vuông góc với QS tại H sẽ là đường cao thứ ba của ΔAQS.

Vậy MH phải đi qua đỉnh A của ΔAQS hay đường thẳng vuông góc với QS đi qua giao điểm của hai đường thẳng a và b (đpcm).

70. a) So sánh NB với NM + MA



* Ta có M nằm trên đường trung trực của AB nên MA = MB.

Vì M nằm giữa đoạn NB nên:

NB = NM + MB

hay NB = NM + MA (vì MB = MA)

Vậy NB = NM + MA

* Vì MA + NM = NB (trong đó NM > 0)

Suy ra MA < NB (đpcm)

b) Chứng minh NB < NA

Tương tự chứng minh câu a)

Trong nửa mặt phẳng P_B ta lấy điểm N'. Nối N'A cắt (d) tại P.

Vì P nằm trên đường trung trực của đoạn AB nên: PA = PB

Ta có: N'A = N'P + PA = N'P + PB

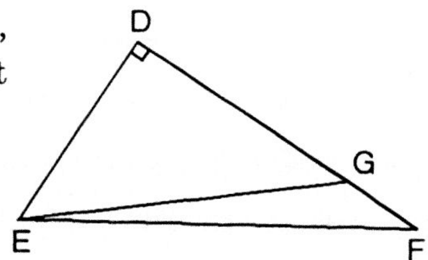
Trong ΔN'PB ta có: N'P + PB > N'B

Do đó: N'A > N'B (đpcm).

c) Theo chứng minh ở câu a) muốn cho LA < LB thì điểm L phải nằm trên P_A.

CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM CHƯƠNG III

1. Cho tam giác EFD vuông tại D và ED < FD, G là một điểm thuộc DF (hình 51). Nhận xét nào sau đây là sai ?



A. DE < EG B. GD < EG

C. EG < EF D. EF > DE.

2. Tìm phát biểu sai :

A. Trong hai đường xiên kẻ từ một điểm nằm ngoài một đường thẳng đến đường thẳng đó. Đường xiên nào có hình chiếu lớn hơn thì lớn hơn.

B. Trong hai đường xiên kẻ từ một điểm nằm ngoài một đường thẳng đến đường thẳng đó. Đường xiên nào có góc đối lớn hơn thì lớn hơn.

C. Trong hai đường xiên kẻ từ một điểm nằm ngoài một đường thẳng đến đường thẳng đó. Đường xiên nào lớn hơn thì có hình chiếu lớn hơn.

D. Trong các đường xiên và đường vuông góc kẻ từ một điểm ở ngoài một đường thẳng đến đường thẳng đó, đường vuông góc là đường dài nhất.

3. Cho hai điểm M, N và một đường thẳng x bất kì sao cho M và N nằm trên hai miền khác nhau bờ là đường thẳng x. MN cắt x tại I. Từ M kẻ MK ⊥ x (K ∈ x), từ N kẻ NH ⊥ x (H ∈ x). Nhận xét nào sau đây là sai ?

A. Nếu MK > NH thì MI > NI ; B. Nếu HI > KI thì NI > MI ;

C. Nếu IN < IM thì IK < IH ; D. Nếu MI = NI thì NH = MK.

4. *Chọn kết luận đúng.* Cho tam giác ABC có $\widehat{B} > \widehat{C}$. Vẽ AI ⊥ BC. Trên đường thẳng AI chọn điểm S bất kì, ta có :

A. SB = SC　　B. SB < SC　　C. AB = AC　　D. IB > IC.

5. *Chọn kết luận đúng.* Cho điểm M nằm ngoài đường thẳng x. Vẽ MI ⊥ x (với I ∈ x). Trên đường thẳng x chọn 2 điểm E và F sao cho ME > MF. Chọn một điểm R bất kì trên MI, ta có :

A. RE > RF　　B. RI > RE　　C. MI > MF　　D. IE = IF.

6. Tìm phát biểu sai.

A. Trong một tam giác, tổng độ dài hai cạnh bất kì bao giờ cũng lớn hơn độ dài cạnh còn lại.

B. Trong một tam giác, hiệu độ dài hai cạnh bất kì bao giờ cũng nhỏ hơn độ dài cạnh còn lại.

C. Trong một tam giác tù, tổng độ dài hai cạnh nhỏ hơn hoặc bằng cạnh lớn nhất.

D. Trong một tam giác, độ dài một cạnh bao giờ cũng lớn hơn hiệu và nhỏ hơn tổng các độ dài của hai cạnh còn lại.

7. *Chọn câu trả lời đúng.* Trong các bộ ba đoạn thẳng có độ dài cho sau đây, bộ ba nào không thể là ba cạnh của một tam giác.

A. 2 ; 3 ; 6　　B. 3 ; 5; 7　　C. 5 ; 7; 11　　D. 8 ; 9 15.

8. *Chọn câu trả lời đúng.* Cho tam giác PQR có : PQ = 4cm ; PR = 6cm. Độ dài cạnh RQ nằm trong khoảng nào (biết độ dài của RQ là một số nguyên) ?

A. RQ = 2cm ; 4cm ; 6cm ; 8cm　　B. 2cm < RQ < 10cm

C. 2cm ≤ RQ ≤ 10cm　　D. 4cm ≤ RQ ≤ 6cm.

9. Gọi a, b, c là độ dài ba cạnh của tam giác và nửa chu vi của tam giác là p. Kết luận nào sau đây là đúng ?

A. a = p　　B. a > p　　C. a = 2p　　D. a < p.

10. *Chọn câu trả lời đúng.* Cho tam giác cân có độ dài hai cạnh là 4cm và 6cm. Chu vi của tam giác bằng :

A. 14cm hoặc 16cm　　B. 14cm

C. 16cm　　D. 12cm hoặc 14cm.

11. Tìm phát biểu sai.

A. Ba đường trung tuyến của một tam giác của một tam giác cùng đi qua một điểm. Điểm đó cách mỗi đỉnh một khoảng bằng $\frac{2}{3}$ độ dài đường trung tuyến đi qua đỉnh ấy.

B. Trong một tam giác đều, đường trung tuyến đi qua một đỉnh bằng độ dài cạnh đối diện.

C. Trong một tam giác cân, hai đường trung tuyến ứng với hai cạnh bên thì bằng nhau.

D. Nếu tam giác có hai đường trung tuyến bằng nhau thì đó là tam giác cân.

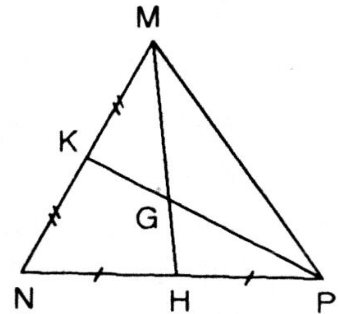
12. Cho tam giác MNP và H là trung điểm của NP, K là trung điểm của MN, G là trọng tâm. Trong các khẳng định sau đây, khẳng định nào đúng ?

A. $\frac{MG}{GH} = \frac{2}{3}$

B. $\frac{PG}{GK} = \frac{2}{3}$

C. $\frac{MG}{MH} = \frac{2}{3}$

D. $\frac{MG}{PG} = \frac{2}{3}$.



13. *Chọn câu trả lời đúng.* Cho tam giác EFD và M ; N ; I lần lượt là trung điểm của cạnh EF ; FD và ED. G là trọng tâm của tam giác, ta có :

A. $\frac{EG}{GF} = \frac{FG}{FI}$ B. $\frac{GM}{DM} = \frac{FI}{GI}$ C. EN = DM D. $\frac{EN}{GE} = \frac{FI}{FG}$

14. Cho tam giác ABC cân tại A. Gọi AI là đường trung tuyến và G là trọng tâm. Biết AB = 5cm, BC = 3cm. Độ dài đoạn AG bằng bao nhiêu ?

A. AG = 3cm B. AG = $\frac{2}{3}$ C. AG = 2cm D. AG = $\frac{8}{3}$cm.

15. *Chọn câu trả lời đúng.* Cho tam giác PQL có G là trọng tâm. Trên PG lấy điểm I sao cho G là trung điểm của PI. Gọi P' là trung điểm của QL. Khẳng định nào sau đây là sai ?

A. QG = LG B. QG = LI C. LG = QI D. P'G = P'I.

16. Chọn câu phát biểu đúng.

A. Điểm nằm trên tia phân giác của một góc thì cách đều hai đỉnh còn lại.

B. Điểm nằm trên đường trung tuyến của một đỉnh tam giác thì cách đều hai cạnh của góc đó.

C. Điểm nằm bên trong một góc và cách đều hai cạnh của góc thì nằm trên tia phân giác của góc đó.

D. Tập hợp các điểm nằm bên trong một góc và cách đều các đỉnh của tam giác là tia phân giác của góc đó.

17. Cho tam giác ABC. Gọi O là giao điểm của ba đường phân giác của tam giác. I ; K ; H lần lượt là giao điểm của ba đường phân giác với các

cạnh AB ; AC ; BC. Từ O kẻ các đường thẳng OE ; OF ; OD vuông góc với các cạnh AB ; AC ; BC. ($E \in AB$; $F \in AC$; $D \in BC$). Ta có :

A. OA = OB = OC B. OI = OK = OH

C. OE = OF = OD D. OA = OI = OE.

18. *Chọn kết luận đúng.* Cho góc $\widehat{xOy} = 70^\circ$. Ot là tia phân giác của $\widehat{xOy}$. Gọi I là điểm trên tia Ot sao cho khoảng cách từ I đến Ox là 8cm. Khoảng cách từ I đến Oy là :

A. 10cm B. 8cm C. 5cm D. 7cm.

19. *Chọn câu trả lời đúng.* Cho tam giác ABC cân tại A. Gọi O là giao điểm của ba đường phân giác. Biết $\widehat{BAC} = 80^\circ$. Góc $\widehat{OBC}$ bằng :

A. 50° B. 30° C. 20° D. 25°.

20. Cho tam giác EFD. Chọn O là điểm bên trong tam giác rồi vẽ $OH \perp DE$; $OK \perp DF$ ($H \in DE$; $K \in DF$) sao cho OH = OK. Trên đoạn thẳng DO chọn điểm I. Từ I vẽ $IM \perp DE$; $IN \perp DF$. Khẳng định nào sau đây đúng ?

A. OI = OH B. IM = IN C. IE = ID D. IM = OI

21. Cho tam giác MNI vuông tại I. Gọi O là giao điểm của ba đường phân giác của tam giác. Từ O kẻ OL vuông góc với IN ($L \in IN$). Ta có :

A. LI = LO B. OI = OM = ON C. LI = LN D. IL = IN.

22. *Chọn kết luận đúng.* Chọn câu phát biểu sai :

A. Điểm nằm trên đường trung trực của một đoạn thẳng thì cách đều hai mút của đoạn thẳng đó.

B. Điểm cách đều hai mút của một đoạn thẳng thì nằm trên đường trung trực của đoạn thẳng đó.

C. Tập hợp các điểm cách đều hai mút của một đoạn thẳng là đường trung trực của đoạn thẳng đó.

D. Điểm nằm trên đường trung trực của một đoạn thẳng thì cách đều mọi điểm trên đường thẳng đó.

23. *Chọn câu trả lời đúng.* Cho đoạn thẳng AB có độ dài 8cm. Đường trung trực của AB cắt AB tại I. Chọn điểm H trên AB sao cho HI = 3cm. Độ dài đoạn HB bằng :

A. 8cm B. 5cm C. 3cm D. 4cm.

24. Cho đoạn thẳng PQ và d là đường trung trực của PQ. d cắt PQ tại M. Trên d chọn hai điểm H và K sao cho M nằm giữa H, K và $\frac{MH}{MK} = \frac{5}{4}$.

Khẳng định nào sau đây là đúng ?

A. PK = PH B. KP = KQ C. QH = QK D. HP = KQ.

25. *Chọn câu trả lời đúng.* Cho tam giác UVY. Điểm I là một điểm nằm bên trong tam giác và cách đều hai cạnh của góc $\widehat{UYV}$, điểm I cách đều hai mút của đoạn thẳng UV. Điểm I là :

A. Giao điểm của đường trung trực của cạnh UV và đường phân giác góc $\widehat{UYV}$.

B. Giao điểm của đường trung trực của cạnh UY và đường phân giác của góc $\widehat{UYV}$.

C. Giao điểm của đường trung tuyến của góc $\widehat{UYV}$ và đường trung trực của cạnh UV.

D. Trọng tâm của của tam giác UVY.

26. *Chọn câu phát biểu đúng.*

A. Ba đường trung trực của một tam giác cùng đi qua một điểm. Điểm này cách đều ba cạnh của tam giác đó.

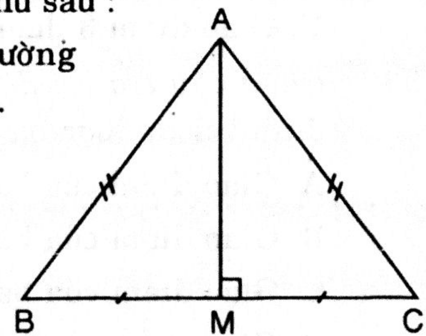
B. Ba đường trung trực của một tam giác cùng đi qua một điểm. Điểm này gọi là trọng tâm của tam giác.

C. Ba đường trung trực của một tam giác cùng đi qua một điểm. Điểm này cách đều ba đỉnh của tam giác đó.

D. Ba đường trung trực của một tam giác cùng đi qua một điểm. Các đường trung trực này chia các góc thành các góc bằng nhau.

27. Xét bài toán : "Cho tam giác ABC cân tại A. AM là đường trung tuyến cắt BC tại M. Chứng minh rằng AM cũng là đường trung trực của cạnh BC."

Lời giải của bài toán được sắp xếp ngẫu nhiên như sau :



(1) AB = AC (giả thiết), BM = CM (AM là đường trung tuyến nên M là trung điểm của BC).
AM là cạnh chung.

(2) Xét hai tam giác ΔABM và ΔACM, ta có :

(3) Mà $\widehat{BMA} + \widehat{CMA} = 180^0$

Suy ra : $\widehat{BMA} = \widehat{CMA} = 90^0$

Ta thấy AM đi qua trung điểm cạnh BC và AM ⊥ BC. Vậy AM là đường trung trực của BC.

(4) Vậy ΔABM = ΔACM (c-c-c). Suy ra : $\widehat{BMA} = \widehat{CMA}$.

Lời giải đúng được sắp xếp theo thứ tự như sau :

A. (2) ; (4) ; (3) ; (1) B. (3) ; (4) ; (1) ; (2)

C. (1) ; (2) ; (3) ; (4) D. (2) ; (1) ; (4) ; (3).

28. *Chọn câu trả lời đúng.* Cho tam giác MNP cân tại P. I là trung điểm cạnh MN. O là điểm cách đều ba đỉnh của ΔMNP. Kết luận nào sau đây sai ?

A. O ; M ; I thẳng hàng B. P ; O ; I thẳng hàng

C. PO ⊥ MN D. OI ⊥ MN.

29. Tìm phát biểu sai.

A. Ba đường cao của một tam giác cùng đi qua một điểm. Điểm này gọi là trực tâm của tam giác.

B. Trong tam giác cân, đường trung trực ứng với cạnh đáy đồng thời là đường phân giác, đường trung tuyến và đường cao cùng xuất phát từ đỉnh đối diện với cạnh đó.

C. Trong tam giác cân, trọng tâm và trực tâm trùng nhau.

D. Trong tam giác đều, trực tâm và điểm cách đều ba đỉnh trùng nhau.

30. Cho tam giác EFD. Các đường cao EH và FK cắt nhau tại O. DO cắt EF tại I. Khẳng định nào sau đây là đúng ?

A. OI = OK = OH | B. $DI \perp EF$

C. OE = OF = OD | D. $\Delta EFH = \Delta EDH$.

31. Cho tam giác PQK có các đường cao PI ; QJ và KL giao nhau tại O. Kẻ ba đường thẳng qua P, Q, K sao cho các đường thẳng đó lần lượt vuông góc với PI, QJ và KL. Ba đường thẳng vẽ được tạo thành tam giác EFG. Ta có :

A. OI = OJ = OL | B. OP = OQ = OK

C. OE = OF = OG | D. $PO = \frac{2}{3}PI$; $KO = \frac{2}{3}KL$; $QO = \frac{2}{3}QJ$.

32. *Chọn kết luận đúng.* Trên một miếng bìa hình tam giác, điểm nào giúp miếng bìa nằm thăng bằng trên giá nhọn.

A. Trực tâm | B. Trọng tâm.

C. Giao điểm 3 đường phân giác. | D. Giao điểm 3 đường cao.

33. *Chọn câu trả lời đúng.* Điểm nào trên tam giác mà khi ta nối nó với ba đỉnh thì ta được ba tam giác nhỏ có diện tích bằng nhau ?

A. Giao điểm của ba đường trung trực.

B. Giao điểm của ba đường phân giác.

C. Giao điểm của ba đường cao.

D. Giao điểm của ba đường trung tuyến.

34. *Chọn câu trả lời đúng.* Trong một tam giác, điểm nào cách đều ba cạnh của nó ?

A. Trọng tâm ;

B. Trực tâm ;

C. Giao điểm của ba đường phân giác ;

D. Giao điểm của ba đường cao.

35. *Chọn câu trả lời đúng.* Cho tam giác ABC. Đường tròn ngoại tiếp tam giác đó có tâm là :

A. Giao điểm của ba đường cao.

B. Giao điểm của ba đường phân giác.

C. Giao điểm của ba đường trung trực.

D. Giao điểm của ba đường trung tuyến.

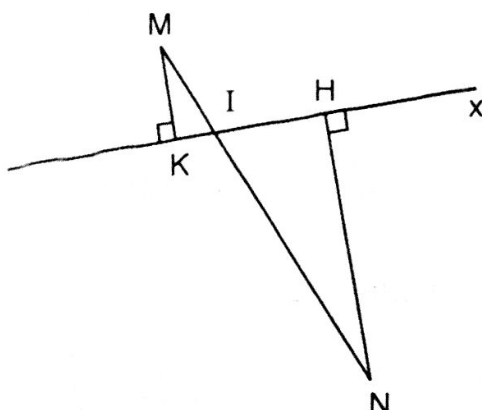
Chọn kết luận đúng.

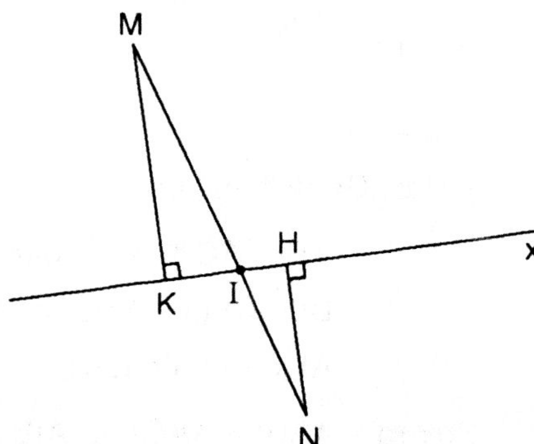
HƯỚNG DẪN VÀ ĐÁP ÁN CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM CHƯƠNG III

1. *Chọn câu A.*

2. *Chọn câu D.*

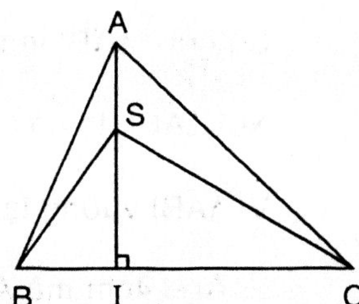
3.





Áp dụng các định lí về quan hệ giữa đường vuông góc và đường xiên, ta có : nếu IN < IM thì IH < IK. *Chọn câu C.*

4. Vì $\widehat{B} > \widehat{C}$ nên AC > AB ⇔ CI > BI (quan hệ giữa đường xiên và hình chiếu)



⇒ SC > SB. *Chọn câu B.*

5. *Chọn câu A.*

6. *Chọn câu C.*

7. Độ dài một cạnh của tam giác bao giờ cũng nhỏ hơn tổng độ dài hai cạnh còn lại và lớn hơn hiệu độ dài hai cạnh còn lại. Như vậy trong trường hợp (A) ta thấy : 2 + 3 < 6 ⇒ đây không thể là độ dài ba cạnh của một tam giác. *Chọn câu A.*

8. Ta có : PR – PQ < RQ < PQ + PQ

⇔ 6 – 4 < RQ < 6 + 4 ⇔ 2 < RQ < 10. *Chọn câu B.*

9. Vì a ; b ; c là độ dài cạnh của tam giác nên a < b + c

$$\Leftrightarrow a + a < a + b + c \Leftrightarrow \frac{2a}{2} < \frac{a+b+c}{2} \Leftrightarrow a < p.$$ *Chọn câu D.*

10. Vì đề bài cho tam giác cân nên có hai trường hợp :

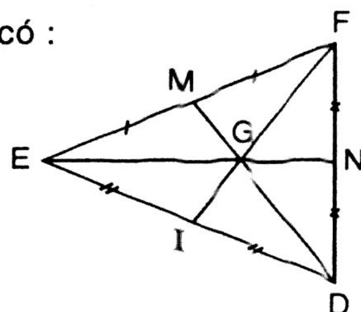
– Nếu độ dài ba cạnh là : 4cm ; 6cm và 4cm thì chu vi tam giác bằng 4 + 4 + 6 = 14 (cm).

– Nếu độ dài ba cạnh là : 4cm, 6cm và 6cm thì chu vi tam giác bằng : 4 + 6 + 6 = 16 (cm). *Chọn câu A.*

11. *Chọn câu B.*

12. *Chọn câu C.*

13. Theo định lí về tính chất ba đường trung tuyến, ta có :



$$\frac{GE}{EN}=\frac{GF}{FI}=\frac{2}{3}$$

Suy ra : $\frac{EN}{GE}=\frac{FI}{GF}$

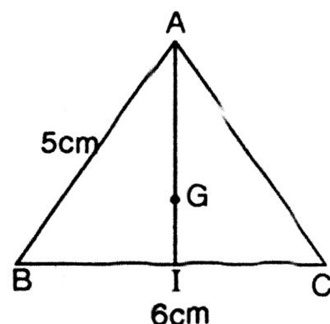
Chọn câu D.

14. Xét ΔABI và ΔACI có :

AB = AC (ΔABC cân tại A)

BI = CI (AI là đường trung tuyến của ΔABC)

AI là cạnh chung



Suy ra : $\Delta ABI = \Delta ACI \Rightarrow \widehat{AIB}=\widehat{AIC}$

Mà $\widehat{AIB}+\widehat{AIC} = 180^\circ \Rightarrow \widehat{AIB}=\widehat{AIC}=\frac{180^\circ}{2}=90^\circ$

Suy ra : ΔABI vuông tại I.

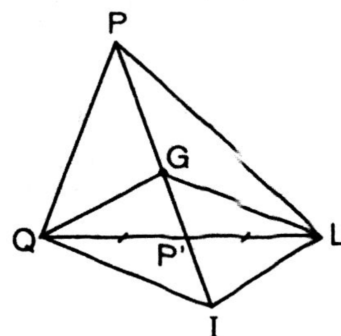
Xét ΔABI, ta có : $BI = \frac{BC}{2} = 3$ (cm)

Vì ΔABI vuông tại I nên : $AB^2 = AI^2 + BI^2 \Leftrightarrow AI^2 = AB^2 - BI^2 = 5^2 - 3^2 = 4^2$

$\Rightarrow AI = 4$cm mà $AG = \frac{2}{3}AI \Rightarrow AG = \frac{2}{3}.4 = \frac{8}{3}$ (cm). *Chọn câu D.*

15. G là trung điểm của PI nên GP = GI mà $\frac{PG}{PP'}=\frac{2}{3} \Rightarrow \frac{GP'}{PP'}=\frac{1}{3}$

và $GI = GP = \frac{2}{3}PP'$ nên $GP' = \frac{1}{2}GI$ hay P'G = P'I



Xét hai tam giác QGP' và LIP', ta có :

QP' = LP' (P' là trung điểm của LQ)

P'G = P'I

$\widehat{QP'G}=\widehat{IP'L}$ (đối đỉnh)

Do đó : $\Delta QGP' = \Delta LIP'$ (c-g-c)

Suy ra : QG = LI ; QI = LG ; P'G = P'I. *Chọn câu A.*

16. *Chọn câu C.*

17. *Chọn câu C.*

18. *Chọn câu B.*

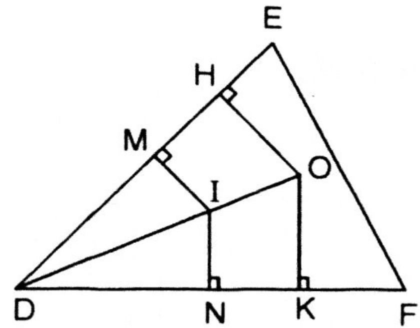
19. ΔABC cân nên $\widehat{ABC} = \widehat{ACB}$ mà $\widehat{ABC} + \widehat{ACB} + \widehat{BAC} = 180^o$

$$\Rightarrow \widehat{ABC} = \frac{180^o - \widehat{BAC}}{2} = 50^o$$

Mặt khác BO là tia phân giác của $\widehat{ABC}$ nên $\widehat{OBC} = \frac{50^o}{2} = 25^o$.

Chọn câu D.

20. Vì O nằm bên trong ΔABC và cách đều hai cạnh DE ; DF nên O nằm trên tia phân giác của góc $\widehat{EDF}$. Vì I nằm trên tia phân giác DO nên I cách đều hai cạnh DE và DF.



Vậy IM = IN.

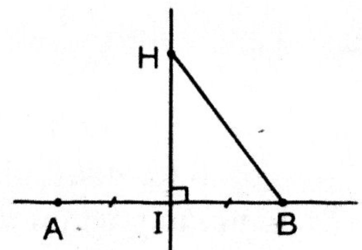
Chọn câu B.

21. *Chọn câu A.*

22. *Chọn câu D.*

23. HI là đường trung trực của AB nên $HI \perp AB$

Ta cũng có $IA = IB = \frac{8}{2} = 4$ (cm).



Xét ΔHIB vuông tại I, ta có :

$$HB^2 = HI^2 + IB^2 = 3^2 + 4^2 = 25$$

Nên HB = 5cm. *Chọn câu B.*

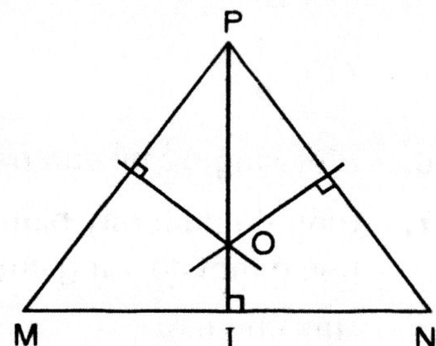
24. *Chọn câu B.*

25. *Chọn câu A.*

26. *Chọn câu C.*

27. *Chọn câu D.*

28. Vì ΔMNP cân tại P nên PI vừa là đường trung tuyến, vừa là đường trung trực nên : P ; O ; I thẳng hàng ; $PO \perp MN$; $OI \perp MN$. *Chọn câu A.*



29. *Chọn câu C.*

30. O là trực tâm của $\Delta EFD \Rightarrow DO \perp EF$ hay $DI \perp EF$. *Chọn câu B.*

31. Ta biết rằng : ba đường cao của ΔPQK là ba đường trung trực của ΔEFG.

Vậy IP ; QJ ; LK là ba đường trung trực của ΔEFG.

Suy ra : OE = OF = OG. *Chọn câu C.*

32. *Chọn câu B.*

33. *Chọn câu D.*

34. *Chọn câu C.*

35. *Chọn câu C.*

BÀI TẬP ÔN CUỐI NĂM

A. Phần Đại số

1. Thực hiện các phép tính:

a) $9,6.2\frac{1}{2} - (2.125 - 1\frac{5}{12}) : \frac{1}{4}$;

b) $\frac{5}{18} - 1,456 : \frac{7}{25} + 4,5.\frac{4}{5}$;

c) $\left(\frac{1}{2} + 0,8 - 1\frac{1}{3}\right).\left(2,3 + 4\frac{7}{25} - 1,28\right)$

d) $(-5).12 : \left[\left(-\frac{1}{4}\right) + \frac{1}{2} : (-2)\right] + 1\frac{1}{3}$.

2. Với giá trị nào của x thì ta có:

a) $|x| + x = 0$;

b) $x + |x| = 2x$.

3. Từ tỉ lệ thức $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ hãy rút ra tỉ lệ thức: $\frac{a+c}{a-c} = \frac{b+d}{b-d}$

4. Ba đơn vị kinh doanh đầu tư vốn tỉ lệ với 2; 5 và 7. Hỏi mỗi đơn vị được chia bao nhiêu lãi nếu số tiền lãi là 560 triệu đồng và tiền lãi được chia tỉ lệ thuận với vốn đầu tư.

5. Cho hàm số: $y = -2x + \frac{1}{3}$. Các điểm sau đây có thuộc đồ thị hàm số không?

$A(0; \frac{1}{3})$; $B(\frac{1}{2}; -2)$; $C(\frac{1}{6}; 0)$

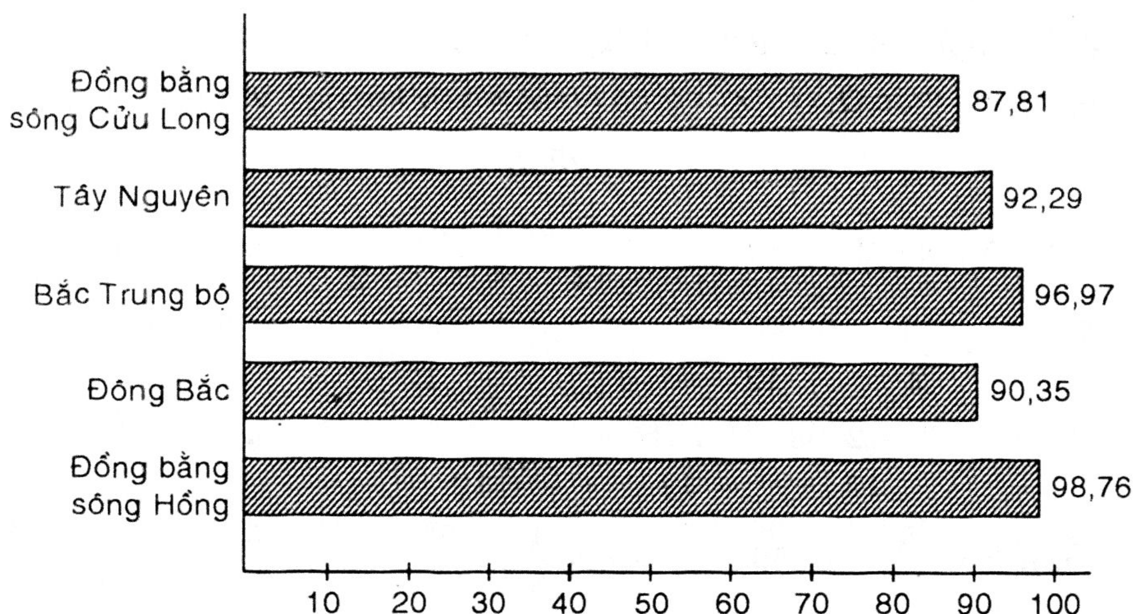
6. Biết rằng đồ thị của hàm số y = ax đi qua điểm M (–2; 3). Hãy tìm a.

7. Biểu đồ dưới đây biểu diễn tỉ lệ (%) trẻ em từ 6 đến 10 tuổi đang học Tiểu học ở một số vùng của nước ta:

Hãy cho biết:

a) Tỉ lệ (%) trẻ em từ 6 tuổi đến 10 tuổi của vùng Tây Nguyên, vùng đồng bằng Sông Cửu Long đi học tiểu học.

b) Vùng nào có tỉ lệ (%) trẻ em từ 6 đến 10 tuổi đi học tiểu học cao nhất, thấp nhất?



8. Để tìm hiểu sản lượng vụ mùa của một xã, người ta chọn ra 120 thửa để gặt thử và ghi lại sản lượng của từng thửa (tính theo tạ/ha). Kết quả được tạm sắp xếp như sau:

Có 10 thửa đạt năng suất 31 tạ/ha

Có 20 thửa đạt năng suất 34 tạ/ha

Có 30 thửa đạt năng suất 35 tạ/ha

Có 15 thửa đạt năng suất 36 tạ/ha

Có 10 thửa đạt năng suất 30 tạ/ha

Có 10 thửa đạt năng suất 40 tạ/ha

Có 5 thửa đạt năng suất 42 tạ/ha

Có 20 thửa đạt năng suất 44 tạ/ha

a) Dấu hiệu ở đây là gì? Hãy lập bảng "tần số"

b) Biểu diễn bằng biểu đồ đoạn thẳng.

c) Tìm mốt của dấu hiệu.

d) Tính số trung bình cộng của giá trị.

9. Tính giá trị của biểu thức $2,7.c^2 - 3,5.c$ lần lượt tại: $c = 0,7$; $\frac{2}{3}$ và $1\frac{1}{6}$.

10. Cho các đa thức sau:

$A = x^2 - 2x - y^2 + 3y - 1$

$B = -2x^2 + 3y^2 - 5x + 3$

$C = 3x^2 - 2xy + 7y^2 - 3x - 5y - 6$

Tính: a) $A + B - C$; b) $A - B + C$; c) $-A + B + C$

11. Tìm x biết: a) $(2x - 3) - (x - 5) = (x + 2) - (x - 1)$

b) $2(x - 1) - 5(x + 2) = -10$

12. Tìm hệ số a của đa thức $P(x) = ax^2 + 5x - 3$, biết rằng đa thức này có một nghiệm là $\frac{1}{2}$.

13. a) Tìm nghiệm của đa thức: $P(x) = 3 - 2x$;

b) Hỏi đa thức $Q(x) = x^2 + 2$ có nghiệm hay không? Vì sao?

Giải

1. a) Đặt $A = 9,6.2\frac{1}{2} - (2.125 - 1\frac{5}{12}) : \frac{1}{4} = 9,6.\frac{5}{2} - (250 - \frac{17}{12}) : \frac{1}{4}$

$= \frac{48}{2} - \frac{3000-17}{12} : \frac{1}{4} = 24 - \frac{2983.4}{12} = 24 - \frac{2983}{3}$

$= \frac{72-2983}{12} = \frac{-2911}{12} = -242\frac{7}{12}$

b) Đặt $B = \frac{5}{18} - 1,456 : \frac{7}{25} + 4,5.\frac{4}{5} = \frac{5}{18} - 1,456.\frac{25}{7} + 4,5.\frac{4}{5}$

$= \frac{5}{18} - \frac{36,4}{7} + \frac{18}{5} = 0,27 - 5,2 + 3,6 = -1,33$. Vậy $B = -1,33$.

c) Đặt $C = \left(\frac{1}{2} + 0,8 - 1\frac{1}{3}\right).\left(2,3 + 4\frac{7}{25} - 1,28\right)$

$= \left(\frac{1}{2} + \frac{4}{5} - \frac{4}{3}\right).\left(\frac{23}{10} + \frac{107}{25} - \frac{32}{25}\right)$

$= \frac{15+24-40}{30}.\frac{115+214-64}{50} = \frac{-1}{30}.\frac{265}{50} = \frac{-53}{300}$

d) Đặt $D = (-5).12 : \left[\left(-\frac{1}{4}\right) + \frac{1}{2} : (-2)\right] + 1\frac{1}{3}$

$= -60 : \left(-\frac{1}{4} - \frac{1}{4}\right) + \frac{4}{3} = -60 : \left(-\frac{1}{2}\right) + \frac{4}{3}$

$= 120 + \frac{4}{3} = \frac{364}{3} = 121\frac{1}{3}$

2. a) – Với $x \geq 0$ thì $|x| = x$

Khi đó: $|x| + x = 0 \Rightarrow x + x = 0$ hay $2x = 0 \Rightarrow x = 0$ (nhận) (1)

– Với $x < 0$ thì $|x| = -x$

Khi đó: $|x| + x = 0 \Rightarrow -x + x = 0$ hay $0x = 0$

Biểu thức $0x = 0$ luôn luôn nghiệm đúng với mọi $x \in R$.

Vì $x < 0$ nên ta chỉ chọn các giá trị âm của tập số thực R (2)

Từ (1) và (2) ta kết luận: Với mọi giá trị $x \in R$, $x \leq 0$ thì ta có $|x| + x = 0$

b) Biểu thức $x + |x| = 2x$.

– Với $x \geq 0$ thì $|x| = x$: Khi đó $x + |x| = 2x \Rightarrow x + x = 2x$

hay $2x = 2x \Rightarrow 2x - 2x = 0$ hay $0x = 0$

Đẳng thức này luôn luôn nghiệm đúng với mọi $x \in R, x \geq 0$ (1)

– Với $x < 0$ thì $|x| = -x$: Khi đó: $x + |x| = 2x \Rightarrow x - x = 2x$

hay $2x = 0 \Rightarrow x = 0$ (loại) (2)

Từ (1) và (2) suy ra: Với mọi giá trị $x \in R, x \geq 0$ thì ta có biểu thức:

$$x + |x| = 2x$$

3. Áp dụng tính chất tỉ lệ thức ta có:

Từ $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ suy ra $\frac{a}{b} = \frac{a+c}{b+d}$ và $\frac{a}{b} = \frac{a-c}{b-d}$

Vậy $\frac{a+c}{b+d} = \frac{a-c}{b-d}$. Suy ra: $\frac{a+c}{a-c} = \frac{b+d}{b-d}$ (đpcm).

4. Gọi x, y, z (triệu) lần lượt là tiền lãi được chia của ba đơn vị kinh doanh. Vì tiền lãi được chia tỉ lệ thuận với vốn đầu tư nên ta có:

$$\frac{x}{2} = \frac{y}{5} = \frac{z}{7} = \frac{x+y+z}{2+5+7} = \frac{560}{14} = 40 \text{ (triệu)}$$

Suy ra: $\frac{x}{2} = 40 \Rightarrow x = 80$ (triệu)

$\frac{y}{5} = 40 \Rightarrow y = 200$ (triệu)

$\frac{z}{7} = 40 \Rightarrow z = 280$ (triệu)

5. Gọi (d) là đồ thị của hàm số $y = -2x + \frac{1}{3}$

– Với điểm $A(0; \frac{1}{3})$ ta có: $\left.\begin{array}{l} y_A = \frac{1}{3} \\ -2x_A + \frac{1}{3} = -2.0 + \frac{1}{3} = \frac{1}{3} \end{array}\right\} \Rightarrow y_A = -2x_A + \frac{1}{3}$

Vậy $A(0; \frac{1}{3}) \in (d)$

– Với $B(\frac{1}{2}; -2)$, ta có: $\left.\begin{array}{l} y_B = -2 \\ -2x_B + \frac{1}{3} = -2.\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = -1 + \frac{1}{3} = -\frac{2}{3} \end{array}\right\} \Rightarrow y_B \neq -2x_B + \frac{1}{3}$

Vậy $B(\frac{1}{2}; -2) \notin (d)$.

– Với $C(\frac{1}{6}; 0)$, ta có: $\left.\begin{array}{l} y_C = 0 \\ -2x_C + \frac{1}{3} = -2.\frac{1}{6} + \frac{1}{3} = -\frac{1}{3} + \frac{1}{3} = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow y_C = -2x_C + \frac{1}{3}$

Vậy $C(\frac{1}{6}; 0) \in (d)$.

6. Gọi (d) là đồ thị của hàm số y = ax. Vì $M(-2; 3) \in (d)$ nên $y_M = ax_M$ hay $3 = a(-2) \Rightarrow a = \frac{3}{2}$. Vậy $a = \frac{3}{2}$.

7. a) – Tỉ lệ trẻ em từ 6 đến 10 tuổi của vùng Tây Nguyên đi học đạt 92,29% (so với dân số trong độ tuổi).

– Tỉ lệ trẻ em từ 6 đến 10 tuổi của vùng đồng bằng sông Cửu Long đi học đạt 87,81% (so với dân số trong độ tuổi).

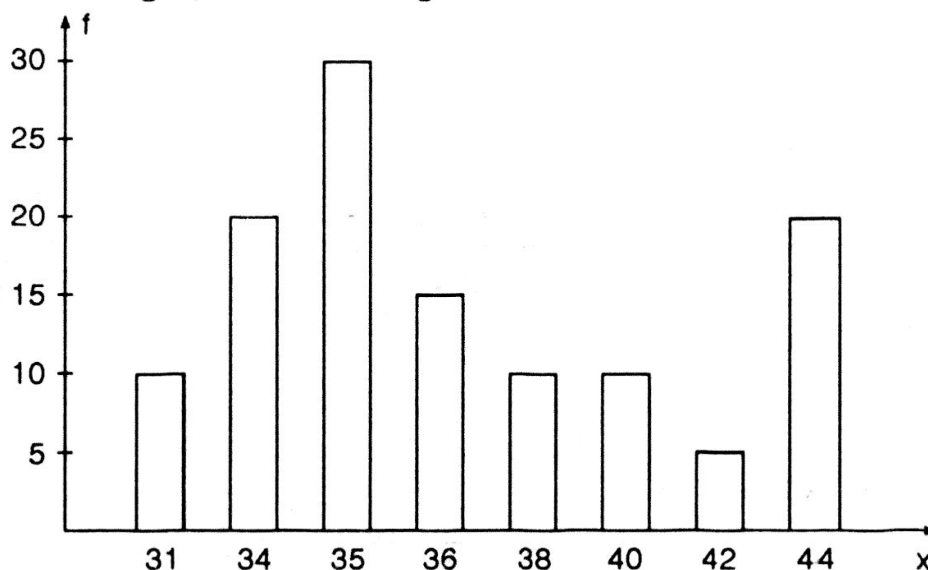
b) Dựa vào biểu đồ ta nhận thấy: Vùng đồng bằng sông Hồng có tỉ lệ trẻ em từ 6 – 10 tuổi đi học tiểu học cao nhất và vùng đồng bằng sông Cửu Long có tỉ lệ trẻ em từ 6 – 10 tuổi đi học tiểu học thấp nhất.

8. a) Dấu hiệu – Tần số: * Dấu hiệu ở đây là "Sản lượng vụ mùa"

* Bảng "Tần số":

Giá trị (x)	31	34	35	36	38	40	42	44	
Tần số (f)	10	20	30	15	10	10	5	20	N = 120

b) Biểu diễn bằng cột biểu đồ đứng.



c) Tìm mốt: Mốt là giá trị có tần số lớn nhất trong bảng tần số. Vậy mốt ở đây là 35.

d) Số trung bình cộng của các giá trị:

$$\overline{X} = \frac{31.10 + 34.20 + 35.30 + 36.15 + 38.10 + 40.10 + 42.5 + 44.20}{120} = \frac{4450}{120} \approx 37{,}1$$

9. Đặt $A = 2{,}7c^2 - 3{,}5.c$

– Với c = 0,7, ta có:

$$A_1 = 2{,}7.\,(0{,}7)^2 - 3{,}5.0{,}7 = 2{,}7.\,0{,}49 - 3{,}5.0{,}7 = 1{,}323 - 2{,}45$$

Vậy $A_1 = -1.127$

– Với $c = \frac{2}{3}$, ta có:

$$A_2 = 2,7.(\frac{2}{3})^2 - 3,5.\frac{2}{3} = 2,7.\frac{4}{9} - 3,5.\frac{2}{3} = \frac{10,8}{9} - \frac{7}{3} = \frac{-10,2}{9}$$

Vậy $A_2 = \frac{-10,2}{9}$

– Với $c = 1\frac{1}{6} = \frac{7}{6}$, ta có:

$$A_2 = 2,7(\frac{7}{6})^2 - 3,5.\frac{7}{6} = 2,7.\frac{49}{36} - 3,5.\frac{7}{6} = \frac{132,3}{36} - \frac{24,5}{6}$$

$$= \frac{132,3 - 147}{36} = \frac{-14,7}{36}$$

Vậy $A_3 = \frac{-14,7}{36}$.

10. a) Ta có:

$A + B - C = (x^2 - 2x - y^2 + 3y - 1) + (-2x^2 + 3y^2 - 5x + 3)$
$- (3x^2 - 2xy + 7y^2 - 3x - 5y - 6)$
$= x^2 - 2x - y^2 + 3y - 1 - 2x^2 + 3y^2 - 5x + 3$
$- 3x^2 + 2xy - 7y^2 + 3x + 5y + 6$
$= -4x^2 - 5y^2 - 4x + 8y + 2xy + 8$

b) Ta có:

$A - B + C = (x^2 - 2x - y^2 + 3y - 1) - (-2x^2 + 3y^2 - 5x + 3)$
$+ (3x^2 - 2xy + 7y^2 - 3x - 5y - 6)$
$= x^2 - 2x - y^2 + 3y - 1 + 2x^2 - 3y^2 + 5x - 3$
$+ 3x^2 - 2xy + 7y^2 - 3x - 5y - 6$
$= 6x^2 + 3y^2 - 2y - 2xy - 10.$

c) Ta có:

$-A + B + C = -(x^2 - 2x - y^2 + 3y - 1) + (-2x^2 + 3y^2 - 5x + 3)$
$+ (3x^2 - 2xy + 7y^2 - 3x - 5y - 6)$
$= -x^2 + 2x + y^2 - 3y + 1 - 2x^2 + 3y^2 - 5x +$
$+ 3 + 3x^2 - 2xy + 7y^2 - 3x - 5y - 6$
$= 11y^2 - 6x - 8y - 2xy - 2$

11. a) Ta có: $(2x - 3) - (x - 5) = (x + 2) - (x - 1)$

hay : $2x - 3 - x + 5 = x + 2 - x + 1$

$\Rightarrow$ $2x - x - x + x = 2 + 1 + 3 - 5 \Rightarrow x = 1$

Vậy $x = 1$.

b) $2(x - 1) - 5(x + 2) = -10 \Rightarrow 2x - 2 - 5x - 10 = -10$

$\Rightarrow 2x - 5x = -10 + 2 + 10$

$\Rightarrow -3x = 2 \Rightarrow x = -\frac{2}{3}$.

Vậy $x = -\frac{2}{3}$.

12. Đa thức $P(x) = ax^2 + 5x - 3$ có một nghiệm là $\frac{1}{2}$ có nghĩa là:

$$P(\frac{1}{2}) = a(\frac{1}{2})^2 + 5(\frac{1}{2}) - 3 = 0 \text{ hay } \frac{1}{4}a + \frac{5}{2} - 3 = 0$$

hay $\frac{1}{4}a - \frac{1}{2} = 0 \Rightarrow \frac{1}{4}a = \frac{1}{2} \Rightarrow a = \frac{1}{2} : \frac{1}{4} = 2$

Vậy $a = 2$

13. a) Để tìm nghiệm của đa thức $P(x) = 3 - 2x$ ta làm như sau:

Cho $P(x) = 3 - 2x = 0 \Rightarrow -2x = -3 \Rightarrow x = \frac{3}{2}$

Vậy đa thức $P(x) = 3 - 2x$ có một nghiệm là $x = \frac{3}{2}$

b) Xét đa thức $Q(x) = x^2 + 2$, ta có:

$x^2 \geq 0$, với mọi $x \in R \Rightarrow x^2 + 2 > 0$ với mọi $x \in R$

$\Rightarrow$ đa thức $Q(x) = x^2 + 2 > 0$ với mọi $x \in R$

Vậy đa thức $Q(x) = x^2 + 2$ không có nghiệm trong R.

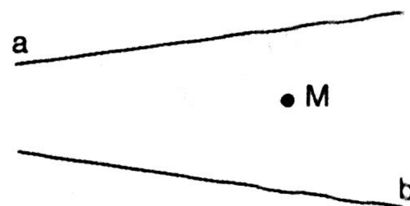
B. Phần Hình học

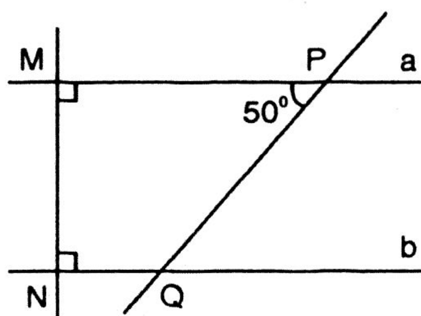
1. Cho điểm M và hai đường thẳng a, b không song song với nhau (hình bên).

a) Vẽ đường thẳng MH vuông góc với a ($H \in a$), MK vuông góc với b ($K \in b$). Nêu cách vẽ.

b) Qua M vẽ đường thẳng xx′ song song với a và đường thẳng yy′ song song với b. Nêu cách vẽ.

c) Viết tên các cặp góc bằng nhau, bù nhau.





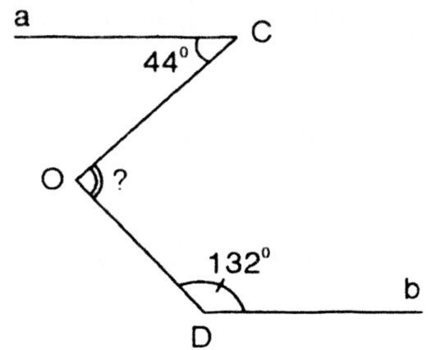
2. Xem hình bên. a) Giải thích vì sao a // b;

b) Tính số đo góc NQP.

3. Hình bên cho biết: a // b; $\widehat{C} = 44^0$, $\widehat{D} = 132^0$.

Tính số đo góc COD.

(Hướng dẫn: Vẽ đường thẳng song song với a và đi qua điểm O).

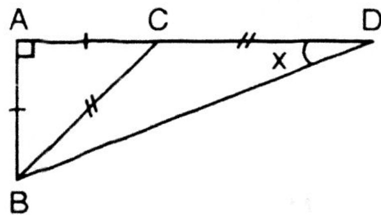


4. Cho góc vuông xOy, điểm A thuộc tia Ox, điểm B thuộc tia Oy. Đường trung trực của đoạn thẳng OA cắt Ox ở D, đường trung trực của đoạn thẳng OB cắt Oy ở E. Gọi C là giao điểm của hai đường trung trực đó. Chứng minh rằng:

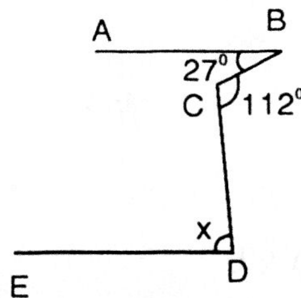
a) CE = OD; b) CE ⊥ CD; c) CA = CB; d) CA // DE;

e) Ba điểm A, B, C thẳng hàng.

5. Tính số đo x trong các hình a, b, c.

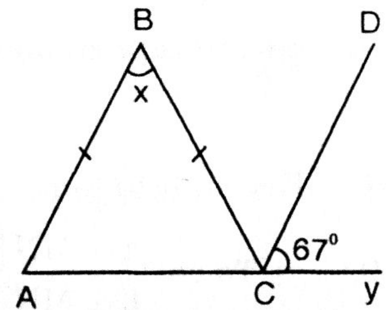


a)



AB // ED

b)



AB // CD

c)

6. Cho tam giác cân ADC (AD = DC) có $\widehat{ACD} = 31^0$. Trên cạnh AC lấy một điểm B sao cho $\widehat{ABD} = 88^0$. Từ C kẻ một tia song song với BD cắt tia AD ở E.

a) Hãy tính các góc DCE và góc DEC.

b) Trong tam giác CDE, cạnh nào lớn nhất? Tại sao?

7. Từ một điểm M trên tia phân giác của góc nhọn xOy, kẻ đường vuông góc với cạnh Ox (tại A), đường thẳng này cắt cạnh Oy tại B.

a) Hãy so sánh hai đoạn thẳng OA và MA.

b) Hãy so sánh hai đoạn thẳng OB và OM.

8. Cho tam giác ABC vuông tại A; đường phân giác BE. Kẻ EH vuông góc với BC (H ∈ BC). Gọi K là giao điểm của AB và HE. Chứng minh rằng:

a) ΔABE = ΔHBE;

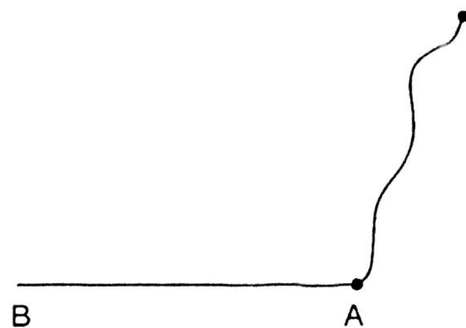
b) BE là trung trực của đoạn thẳng AH.

c) EK = EC;

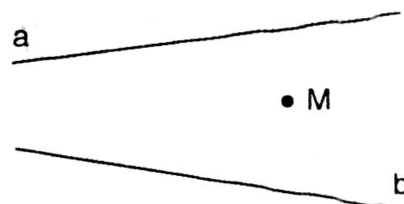
d) AE < EC.

9. Chứng minh rằng: Nếu tam giác ABC có trung tuyến xuất phát từ A bằng một nửa cạnh BC thì tam giác đó vuông tại A.

Ứng dụng: Một tờ giấy bị rách ở mép (hình bên). Hãy dùng thước và compa vẽ lại đường vuông góc với cạnh AB tại A.



10. Cho hình bên. Không vẽ giao điểm của a, b hãy nêu cách vẽ đường thẳng đi qua giao điểm này và điểm M.



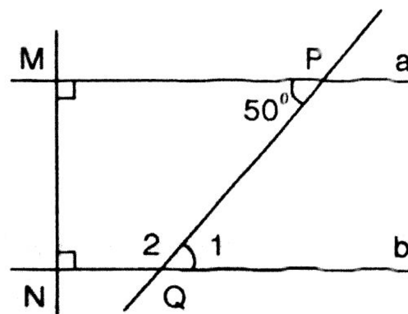
11. Đố: Cho tam giác ABC. Em hãy tô màu để xác định phần bên trong của tam giác gồm các điểm M sao cho: MA < MB < MC.

(Hướng dẫn: Trước tiên tô màu để xác định các điểm M ở trong tam giác mà MA < MB, lần thứ hai là MB < MC. Phần trong tam giác được tô màu hai lần là phần phải tìm).

Giải

1. Học sinh tự làm.

2. a) Ta có: $\left.\begin{matrix} a \perp MN \\ b \perp MN \end{matrix}\right\} \Rightarrow a \parallel b$



(Hai đường thẳng cùng vuông góc với đường thẳng thứ ba thì song song với nhau).

b) Tính số đo góc $\widehat{NQP}$?

Ta có: $\left.\begin{matrix} a \parallel b \\ \hat{P} \text{ và } \hat{Q}_1 \text{ là hai góc so le trong} \end{matrix}\right\} \Rightarrow \hat{Q}_1 = \hat{P} = 50^0$

Ta có: $\hat{Q}_1$ và $\hat{Q}_2$ là hai góc kề bù nên: $\hat{Q}_1 + \hat{Q}_2 = 180^0$

$\Rightarrow \quad \hat{Q}_2 = \widehat{NQP} = 180^0 - \hat{Q}_1 = 180^0 - 50^0 = 130^0$

Vậy $\widehat{NQP} = 130^0$.

3. Vẽ đoạn thẳng xy // a và đi qua điểm O.

– Vì a // xy và $\hat{C}$ so le trong với $\hat{O}_1 \Rightarrow \hat{C} = \hat{O}_1 = 44^0$

– Vì xy // a // b ⇒ xy // b và $\hat{O}_3$ so le trong với $\hat{D} \Rightarrow \hat{O}_3 = \hat{D} = 132^0$

– Ta có $\hat{O}_2$ và $\hat{O}_3$ là hai góc kề bù nên:

$$\hat{O}_2 + \hat{O}_3 = 180^0$$

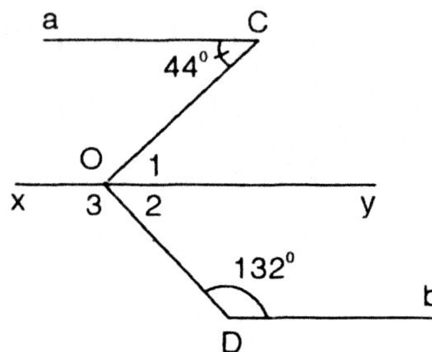
$\Rightarrow \widehat{O}_2 = 180^0 - \widehat{O}_3 = 180^0 - 132^0 = 48^0$

– Vì tia Oy nằm giữa hai tia OC và OD nên:

$$\widehat{COD} = \widehat{COy} + \widehat{yOD} = \widehat{O}_1 + \widehat{O}_2$$

$$= 44^0 + 48^0 = 92^0$$

Vậy $\widehat{COD} = 92^0$.



4. a) Chứng minh CE = OD

– Ta có Ox ⊥ Oy và CE ⊥ Oy ⇒ Ox // CE (1)

– Ta cũng có: $\left.\begin{matrix} Oy \perp Ox \\ CD \perp Ox \end{matrix}\right\} \Rightarrow Oy \parallel CD$ (2)

Từ (1) và (2) ta có:

Ox // CE và Oy // CD

⇒ CE = OD (tính chất đoạn chắn) (đpcm).

b) Chứng minh CE ⊥ CD

Ta có: Ox // CE (do (1)), mà CD ⊥ Ox

Suy ra CD ⊥ CE (đpcm).

c) Chứng minh CA = CB

Vì C nằm trên đường trung trực của đoạn thẳng OA nên: CA = CO (3)

Vì C nằm trên đường trung trực của đoạn thẳng OB nên: CB = CO (4)

Từ (3) và (4) ta suy ra: CA = CB (đpcm)

d) Chứng minh CA // DE

Xét hai tam giác vuông DAC và CED, ta có:

CD: cạnh chung

$\widehat{ADC} = \widehat{DCE} = 90^0$

AD = CE (do OD = DA = CE)

Vậy ΔDAC = ΔCED ⇒ $\widehat{ACD} = \widehat{EDC}$

Hơn nữa $\widehat{ACD}$ so le trong với $\widehat{EDC}$. Suy ra CA // DE (đpcm)

e) Tương tự câu d) ta chứng minh được CB // DE.

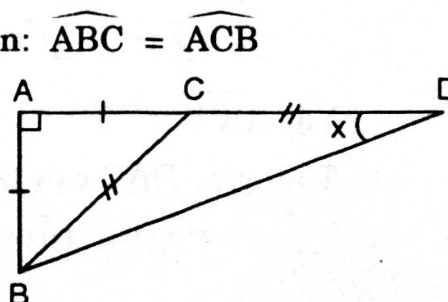
Vậy ta được: $\begin{cases} AC \parallel DE \\ CB \parallel DE \end{cases}$. Suy ra A, C, B thẳng hàng.

5. a) – Tam giác ABC là tam giác vuông cân nên: $\widehat{ABC} = \widehat{ACB}$

và $\widehat{A} + \widehat{ABC} + \widehat{ACB} = 180^0$

hay $\widehat{A} + 2\widehat{ABC} = 180^0$

$$\Rightarrow \widehat{ABC} = \frac{180^0 - \widehat{A}}{2} = \frac{180^0 - 90^0}{2} = 45^0$$



– Ta có $\widehat{ACB}$ và $\widehat{BCD}$ là hai góc kề bù nên: $\widehat{ACB} + \widehat{BCD} = 180^0$

$\Rightarrow \widehat{BCD} = 180^0 - \widehat{ACB} = 180^0 - 45^0 = 135^0$

– Tam giác BCD là tam giác cân tại D nên $\widehat{CBD} = \widehat{CDB}$

và $\widehat{CBD} + \widehat{BDC} + \widehat{DCB} = 180^0$ hay $2\widehat{BDC} = 180^0 - \widehat{DCB}$

$\Rightarrow \widehat{BDC} = \dfrac{180^0 - 135^0}{2} = \dfrac{45^0}{2} = 22,5^0$

Vậy $\widehat{BDC} = x = 22,5^0$

b) Qua C vẽ Cx // AB ⇒ Cx // ED (Vì AB // ED)

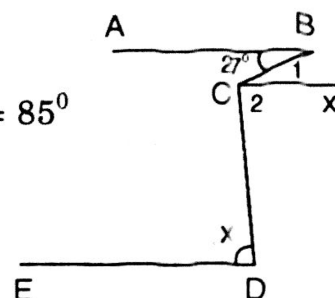
– Vì AB // Cx và $\hat{B}$ so le trong với $\hat{C}_1 \Rightarrow \hat{C}_1 = \hat{B} = 27^0$

– Ta có $\hat{C}_1 + \hat{C}_2 = 112^0$

$\Rightarrow \hat{C}_2 = 112^0 - \hat{C}_1$ hay $\hat{C}_2 = 112^0 - 27^0 = 85^0$

– Ta có: $\left.\begin{array}{l} Cx // DE \\ \hat{C}_2 \text{ và } \widehat{CDE} \text{ so le trong} \end{array}\right\}$

$\Rightarrow \widehat{CDE} = \hat{C}_2 = 85^0$



Vậy $\widehat{CDE} = x = 85^0$.

c) – Vì AB // CD (gt) và $\widehat{BAC}$ đồng vị với $\widehat{DCy} \Rightarrow \widehat{BAC} = \widehat{DCy} = 67^0$

– Tam giác BAC cân tại B nên:

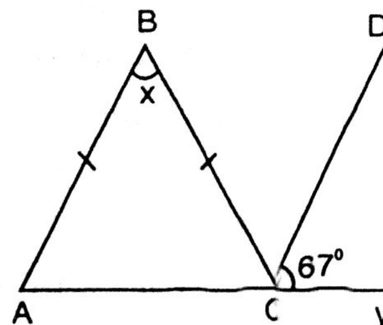
$\widehat{BCA} = \widehat{BAC} = 67^0$.

– Trong ΔBAC, ta có:

$\widehat{BAC} + \widehat{CB} + \widehat{CBA} = 180^0$

hay $2\widehat{BAC} + \widehat{CBA} = 180^0$

$\Rightarrow \widehat{CBA} = 180^0 - 2\widehat{BAC} = 180^0 - 2.67^0 = 46^0$



Vậy $\widehat{CBA} = 46^0$.

6. a) Vì BD // CE nên $\widehat{ABD}$ và $\widehat{ACE}$ là hai góc đồng vị thì bằng nhau hay:

$\widehat{ACE} = \widehat{ABD} = 88^0$

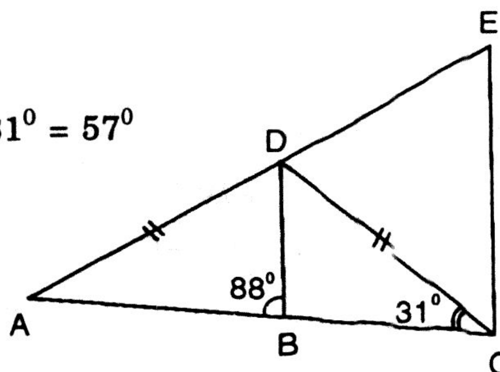
Ta có: $\widehat{ACE} = \widehat{ACD} + \widehat{DCE}$

$\Rightarrow \widehat{DCE} = \widehat{ACE} - \widehat{ACD} = 88^0 - 31^0 = 57^0$

Vậy $\widehat{DCE} = 57^0$.

* Tam giác DAC cân tại D nên:

$\widehat{DAC} = \widehat{DCA} = 31^0$



Trong tam giác ACE, ta có: $\widehat{ACE} + \widehat{CEA} + \widehat{EAC} = 180^0$

$\Rightarrow \widehat{CEA} = 180^0 - (\widehat{ACE} + \widehat{EAC})$

$= 180^0 - (88^0 + 31^0) = 180^0 - 119^0 = 61^0$

Vậy $\widehat{DEC} = \widehat{CEA} = 61^0$.

b) Trong ΔCDE, ta có: $\widehat{DCE} + \widehat{CED} + \widehat{EDC} = 180^0$

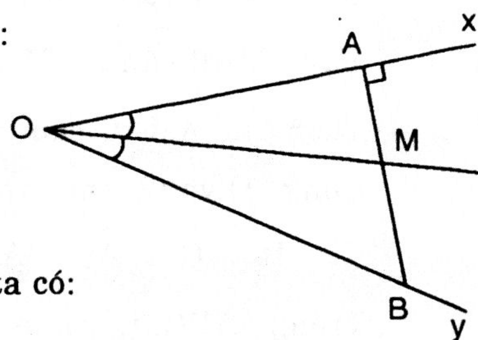
$\Rightarrow \widehat{EDC} = 180^0 - (\widehat{DCE} + \widehat{CED}) = 180^0 - (57^0 + 61^0) = 62^0$

Vậy $\widehat{EDC} = 62^0$

Trong ΔCDE có góc $\widehat{EDC} = 62^0$ là góc lớn nhất. Mà đối diện với góc $\widehat{EDC}$ là cạnh EC. Vậy EC là cạnh lớn nhất.

7. a) Vì $\widehat{xOy}$ là góc nhọn nên $\widehat{xOy} < 90^0$

Ta có OM là tia phân giác của $\widehat{xOy}$ nên:



$\widehat{xOm} = \dfrac{\widehat{xOy}}{2} < \dfrac{90^0}{2}$

Vậy $\widehat{xOm} < 45^0$.

Trong tam giác vuông AOM ($\widehat{A} = 90^0$), ta có:

$\widehat{AOM} + \widehat{OMA} = 90^0$

$\Rightarrow \widehat{OMA} = 90^0 - \widehat{AOM} = 90^0 - \widehat{xOM} > 45^0$ (vì $\widehat{xOM} < 45^0$)

Trong tam giác vuông AOM, ta có: $\widehat{OMA} > \widehat{MOA}$ (vì $\widehat{MOA} = \widehat{MOx}$)

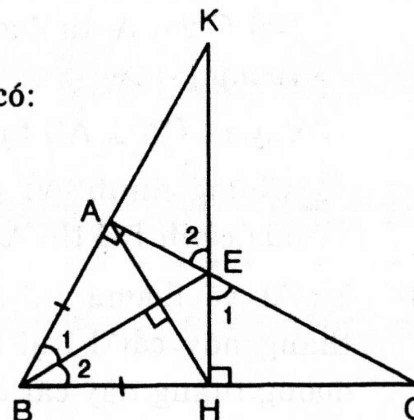
Suy ra OA > AM.

b) Vì $\widehat{OMA} > 45^0$ và là góc nhọn nên $45^0 < \widehat{OMA} < 90^0$

$\Rightarrow \widehat{OMB} = 180^0 - \widehat{OMA} > 90^0$ hay $\widehat{OMB}$ là góc tù.

Trong ΔOMB có $\widehat{OMB}$ là góc tù nên $\widehat{OBM}$ phải là góc nhọn (vì trong một tam giác có nhiều nhất một góc tù). Vậy OB > OM

8. a) Chứng minh $\Delta ABE = \Delta HBE$:



Xét hai tam giác vuông ΔABE và ΔHBE, ta có:

$\widehat{B}_1 = \widehat{B}_2$ (do BE là phân giác của $\widehat{B}$)

BE: cạnh huyền chung

Vậy $\Delta ABE = \Delta HBE$ (g.c.g)

b) Chứng minh BE là đường trung trực của đoạn thẳng AH:

- Vì $\Delta ABE = \Delta HBE \Rightarrow EA = EH$ hay điểm E nằm trên đường trung trực của AH (1)

– Và BA = BH hay điểm B nằm trên đường trung trực của AH (2)

Từ (1) và (2) suy ra BE là đường trung trực của đoạn thẳng AH.

c) Xét hai tam giác: ΔAEK và ΔHEC, ta có: $\widehat{H} = \widehat{A} = 90^0$

EA = EH (chứng minh trên)

$\widehat{E}_2 = \widehat{E}_1$ (đối đỉnh)

Vậy ΔAEK = ΔHEC ⇒ EK = EC (đpcm).

d) Trong tam giác vuông AEK, ta có:

AE < EK (cạnh huyền > cạnh góc vuông)

Mà EC = EK. Suy ra EC < EC (đpcm)

9. * Giả sử gọi AM là đường trung tuyến phát xuất từ đỉnh A của ΔABC, ta có: AM = MB = MC

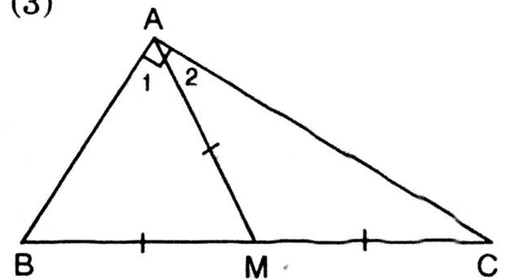
– Xét ΔMAB, ta có: MA = MB

Vậy ΔMAB cân tại M ⇒ $\widehat{B} = \widehat{A}_1$ (1)

– Tương tự, ΔMAC cân tại M ⇒ $\widehat{C} = \widehat{A}_2$ (2)

Cộng (1) và (2) theo vế, ta có:

$\widehat{B} + \widehat{C} = \widehat{A}_1 + \widehat{A}_2 = \widehat{A}$ (3)



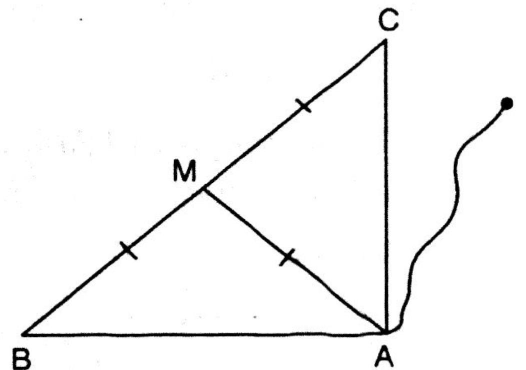
– Trong ΔABC, ta có: $\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} = 180^0$

hay $\widehat{A} + \widehat{A} = 180^0$ hay $2\widehat{A} = 180^0$

Suy ra $\widehat{A} = 90^0$

Vậy tam giác ABC vuông tại A.

* Ứng dụng: Cách vẽ đường vuông góc với AB tại A. Ta vẽ như sau:



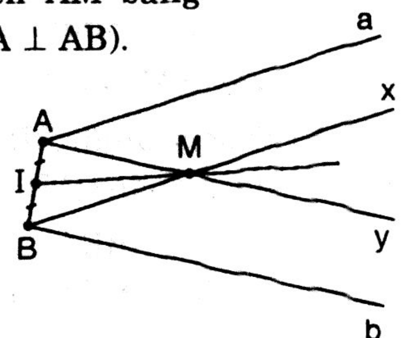
Trên nửa mặt phẳng bờ AB ta lấy một điểm M sao cho MA = MB.

Kéo dài tia MB một đoạn MC sao cho MB = MC.

Nối C với A, ta được tam giác ABC vuông tại A.

Suy ra CA ⊥ AB tại A.

(Chứng minh: Vì ΔABC có đường trung tuyến AM bằng nửa cạnh BC thì ΔABC vuông tại A. Suy ra CA ⊥ AB).



10. Từ M vẽ đường thẳng Mx // a, đường thẳng này cắt b tại B. Và vẽ My // b, đường thẳng này cắt a tại A.

Gọi I là trung điểm AB. Đường thẳng MI là đường thẳng đi qua O.

Đây là cách vẽ đường thẳng qua M và giao điểm a và b.

11. Học sinh tự làm.

C. Bài tập nâng cao

1. Cho tam giác ABC có $\hat{A} = 120^0$, $\hat{B} - \hat{C} = 30^0$. Đường trung trực của cạnh BC cắt cạnh AC tại D, cắt tia đối của tia AB tại E.

   a) Tính các góc Δ ABC.

   b) Chứng minh $\widehat{EBD} = \widehat{ECD} = 30^0$

   c) Chứng minh $\Delta EDB = \Delta EDC$

2. Cho tam giác ABC cân (AB = AC), trên nửa mặt phẳng không chứa điểm C bờ là cạnh AB dựng tam giác đều ABE và trên nửa mặt phẳng không chứa điểm B bờ là cạnh AC dựng tam giác đều ACD.

   a) So sánh hai tam giác BCD và BCE.

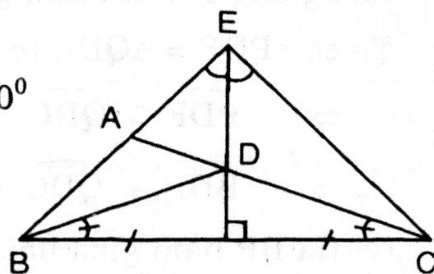
   b) Kẻ đường cao AH của ΔABC. Chứng minh rằng các đoạn thẳng EC, BD và AH cắt nhau tại một điểm.

3. Cho tam giác ABC có BC + AB = 2AC. Gọi G là trọng tâm của tam giác, I là giao điểm các đường phân giác. Chứng minh rằng GI // AC.

4. Cho tam giác đều ABC và điểm D trên cạnh BC. đường thẳng đi qua D và song song với AC cắt AB tại E. Đường thẳng đi qua D và song song với AB cắt AC tại F. Gọi P là trung điểm của BF, Q là trung điểm của CE. Chứng minh rằng tam giác PDQ là tam giác đều.

Giải

1. a) Tính các góc của ΔABC.



Ta có: $\hat{A} = 120^0 \Rightarrow \hat{B} + \hat{C} = 180^0 - 120^0 = 60^0$

Ta có $\begin{cases} \hat{B} + \hat{C} = 60^0 \\ \hat{B} - \hat{C} = 30^0 \end{cases} \Rightarrow 2\hat{B} = 90^0$

$\Rightarrow \hat{B} = 45^0 \Rightarrow \hat{C} = 15^0$.

b) Chứng minh $\widehat{EBD} = \widehat{ECD} = 30^0$

D nằm trên đường trung trực của đoạn BC nên: $\widehat{DBC} = \widehat{DCB}$

$\Rightarrow \quad \widehat{EBD} = \widehat{EBC} - \widehat{DBC} = \hat{B} - \hat{C} = 30^0$ (1)

E nằm trên đường trung trực của BC nên: $\hat{B} = \widehat{BCE}$

Mà $\hat{B} > \hat{C}$ nên $\widehat{BCE} > \hat{C}$, do đó tia CA nằm giữa hai tia CB và CE.

Ta có: $\widehat{BCE} = \widehat{BCD} + \widehat{DCE}$

$\Rightarrow \quad \widehat{DCE} = \widehat{BCE} - \widehat{BCD} = 45^0 - 15^0 = 30^0$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $\widehat{EBD} = \widehat{ECD} = 30^0$.

c) Hai tam giác EBD và ECD có:

$\widehat{BED} = \widehat{DEC}$;

EB = EC;

ED chung

$\Rightarrow \Delta EBD = \Delta ECD$ (c.g.c)

2. Hướng dẫn: a) $\Delta BCD = \Delta CBE$ (c.g.c)

b) Gọi O là giao điểm của EC và BD.

Chứng minh OB = OC.

3. Hướng dẫn:

Áp dụng công thức $S_{ABC} = \dfrac{AB + BC + CA}{2}.IH$

(IH là khoảng cách từ I đến cạnh AB của ΔABC)

Chứng minh khoảng cách từ G đến AC bằng IH.

4. Ta có các tam giác BDE và DFC là các tam giác đều nên:

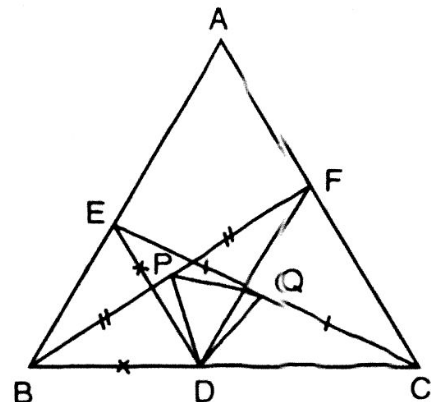
DB = DE và DC = DF

Hai tam giác BDF và EDC có:

BD = DE ; $\widehat{BDF} = \widehat{EDC} = 120^0$; DF = DC

Suy ra $\Delta BDF = \Delta EDC$ (c.g.c)

Do đó DP = DQ (hai đường trung tuyến tương ứng của hai tam giác bằng nhau)



Ta có $\Delta PDF = \Delta QDC$ (c.c.c)

$\Rightarrow \widehat{PDF} = \widehat{QDC}$

$\Rightarrow \widehat{BDP} + \widehat{QDC} = \widehat{BDP} + \widehat{PDF} = 120^0$

(vì tia BP nằm giữa hai tia DB và DF)

Do đó: $\widehat{PDQ} = 180^0 - (\widehat{BDP} + \widehat{QDC})$

$= 180^0 - 120^0 = 60^0$

Vậy ΔPDQ là tam giác cân có góc $\widehat{D} = 60^0$ nên nó là tam giác đều.

ĐỀ THI KIỂM TRA HỌC KÌ II

ĐỀ 1

ĐỀ THI TOÁN LỚP 7, HỌC KÌ II, QUẬN TÂN BÌNH, TP HCM NĂM HỌC 2003-2004

***Thời gian* : 90 phút**

I. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM (2 điểm)

Hướng dẫn cách làm : Mỗi câu có 4 trả lời a, b, c, d.

Học sinh chọn câu trả lời nào thì ghi câu đó vào giấy làm bài của mình.

1. Đơn thức nào sau đây đồng dạng với đơn thức $-5x^3y^2$.

a) $-3x^2y^3$ b) $12x^3y^2$ c) $-5x^3y^3$ d) $-5(xy)^3$.

2. Số nào sau đây là nghiệm của đa thức 2x – 6 ?

a) 2 b) 3 c) –5 d) 1.

3. Với mỗi bộ ba đoạn thẳng có số đo sau đây, bộ ba nào không thể là độ dài ba cạnh của tam giác :

a) 2cm ; 4cm ; 5cm

b) 7cm ; 10cm ; 12cm

c) 5cm ; 12cm ; 6cm

d) 9cm ; 15cm ; 12cm.

4. Cho tam giác ABC có đường trung tuyến AM, trọng tâm G. Kết luận nào sau đây là sai ?

a) $\dfrac{AG}{AM} = \dfrac{2}{3}$ b) AG = 2GM

c) $\dfrac{GM}{AM} = \dfrac{1}{3}$ d) $\dfrac{GM}{AM} = \dfrac{1}{2}$.

II. TỰ LUẬN (8 điểm)

Bài 1 : Cho hai đa thức sau :

$$P(x) = -3x^2 + 3x - 4x^3 + 5 - 2x^4$$
$$Q(x) = 5x^4 - 12 + 9x^2 + 4x^3 - 6x.$$

1. Hãy sắp xếp các hạng tử của mỗi đa thức trên theo lũy thừa giảm dần của biến. (1đ)

2. Tính P(x) + Q(x) và P(x) – Q(x) (2đ)

3. Tính P(2) (1đ).

Bài 2 : Cho tam giác ABC cân tại A (góc A nhọn) có hai đường trung tuyến BD và CE cắt nhau tại G.

1. Điểm G gọi là gì của tam giác ABC ? Giải thích ? (0,5đ)
2. Chứng minh tia AG là tia phân giác của góc BAC. (1đ).
3. Chứng minh hai tam giác BEC và CDB bằng nhau. (1,5đ).
4. Qua A kẻ đường thẳng xy vuông góc với AB. Từ E vẽ đường thẳng vuông góc với AC cắt tia AG tại I, cắt cạnh AC tại H và cắt đường thẳng xy tại K.

   Chứng minh tam giác AKI cân (1đ).

ĐỀ 2

ĐỀ KIỂM TRA MÔN TOÁN LỚP 7, HỌC KÌ II, HUYỆN AN NHƠN, TỈNH BÌNH ĐỊNH NĂM HỌC 2006 - 2007

***Thời gian* : 90 phút**

I. TRẮC NGHIỆM (3 điểm)

Từ câu 1 đến câu 6, hãy chọn phương án trả lời đúng (chọn một chữ cái A, B, C hoặc D).

Câu 1 : Giá trị của biểu thức $P = \frac{1}{2}x^2y - 2xy^2 + 1$ tại $x = 1$, $y = -1$ là :

A. $\frac{-1}{2}$ B. $-1\frac{1}{2}$ C. -2 D. $2\frac{1}{2}$.

Câu 2 : Tìm tổng của ba đơn thức : $2xy^3$; $5xy^3$ và $-7x^3y$.

A. 0 B. $7xy^3 - 7x^3y$

C. $14x^3y$ D. $7x^2y^6 - 7x^3y$.

Câu 3 : Đa thức $f(x) = x^2 - 2x$ có các nghiệm là :

A. 0 B. 0 ; 1 C. 0 ; 2 D. 1 ; 2.

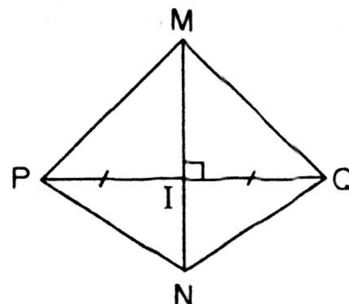
Câu 4 : Trên hình bên, ta có MI > NI và MN là đường trung trực của đoạn thẳng PQ. Khi đó ta có :

A. MP = NQ

B. MP > NQ

C. MP < NQ

D. MP // NQ.



Câu 5 : Bộ ba độ dài nào sau đây có thể là độ dài ba cạnh của một tam giác ?

A. 3cm, 1cm, 2cm
B. 3cm, 2cm, 3cm
C. 4cm, 8cm, 13cm
D. 2cm, 6cm, 3cm.

Câu 6 : Chu vi của tam giác cân có hai cạnh bằng 3cm và 7cm là :

A. 13cm
B. 10cm
C. 17cm
D. Không tính được.

II. TỰ LUẬN (7 điểm)

Bài 1 (1,5 điểm)

Số cân nặng của 20 bạn (tính tròn đến kg) trong một lớp được ghi lại như sau :

32	36	30	32	32	36	28	30	31
32	30	32	31	31	45	28	31	31

a) Dấu hiệu ở đây là gì ? Lập bảng "tần số" và nhận xét.

b) Tính số trung bình cộng và tìm mốt của dấu hiệu.

c) Vẽ biểu đồ đoạn thẳng.

Bài 2 (2,0 điểm)

Cho hai đa thức : $P(x) = x^5 - 3x^2 + 7x^4 - 9x^3 + x^2 - x$;

$Q(x) = 5x^4 - x^5 + x^2 - 2x^3 + 3x^2 - 1$.

a) Sắp xếp các hạng tử của mỗi đa thức trên theo lũy thừa giảm của biến.

b) Tính P(x) + Q(x) và P(x) – Q(x).

c) Chứng tỏ rằng x = 0 là nghiệm của đa thức P(x) nhưng không phải là nghiệm của đa thức Q(x).

Bài 3 (3,5 điểm)

Cho tam giác ABC cân tại A, đường AH. Biết AB = 5cm, BC = 6cm.

a) Chứng minh rằng hai tam giác vuông AHB và AHC bằng nhau. Từ đó suy ra rằng đường cao AH cũng là đường trung tuyến, đường trung trực, đường phân giác của tam giác ABC.

b) Tính độ dài các đoạn thẳng BH, AH.

c) Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC. Chứng minh rằng ba điểm A, G, H thẳng hàng.

d) Chứng minh góc ABG bằng góc ACG.

HƯỚNG DẪN GIẢI ĐỀ THI KIỂM TRA HỌC KÌ II

ĐỀ 1

I. Câu hỏi trắc nghiệm

1. b   2. b   3. c   4. d

II. Bài toán

Bài 1.

1. $P(x) = -3x^2 + 3x - 4x^3 + 5 - 2x^4$

$P(x) = -2x^4 - 4x^3 - 3x^2 + 3x + 5.$

$Q(x) = 5x^4 - 12 + 9x^2 + 4x^3 - 6x$

$Q(x) = 5x^4 + 4x^3 + 9x^2 - 6x - 12.$

2. $P(x) = -2x^4 - 4x^3 - 3x^2 + 3x + 5$

$+\ Q(x) = 5x^4 + 4x^3 + 9x^2 - 6x - 12$

$P(x) + Q(x) = 3x^4 + 6x^2 - 3x - 7$

$P(x) = -2x^4 - 4x^3 - 3x^2 + 3x + 5$

$-\ Q(x) = 5x^4 + 4x^3 + 9x^2 - 6x - 12$

$P(x) - Q(x) = -7x^4 - 8x^3 - 12x^2 + 9x + 17$

3. $P(2) = -2.2^4 - 4.2^3 - 3.2^2 + 3.2 + 5$

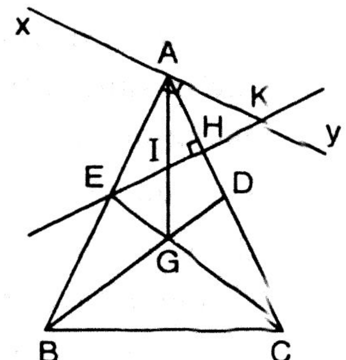
$= -32 - 32 - 12 + 6 + 5$

$= -65.$

Bài 2.

1. Tam giác ABC có BD, CE là hai đường trung tuyến cắt nhau tại G (gt)

⇒ G là trọng tâm của tam giác ABC.



2. G là trọng tâm của tam giác ABC (câu a)

⇒ AG là đường trung tuyến của tam giác ABC.

Mà ΔABC cân tại A (gt)

Do đó AG là tia phân giác của góc BAC.

3. Ta có :

$BE = \dfrac{AB}{2}$ (CE là đường trung tuyến của ΔABC)

$CD = \dfrac{AC}{2}$ (BD là đường trung tuyến của ΔABC)

$AB = AC$ (ΔABC cân tại A).

Suy ra : $BE = CD$.

Xét ΔBEC và ΔCDB có :

$BE = CD$, BC (cạnh chung)

$\widehat{EBC} = \widehat{DCB}$ (ΔABC cân tại A)

Do đó : $\Delta BEC = \Delta CDB$ (c.g.c)

4. Ta có :

$IH \perp AC$ (gt) $\Rightarrow \widehat{AHI} = 90^\circ$

Do đó :

$\widehat{AIH} + \widehat{IAH} = 90^\circ$

Mặt khác :

$\widehat{KAI} + \widehat{GAB} = 90^\circ$ (vì $xy \perp AB$)

Suy ra : $\widehat{AIH} = \widehat{KAI}$

Vậy : ΔAKI cân tại K.

ĐỀ 2

I. Trắc nghiệm

Câu 1. B **Câu 2.** A **Câu 3.** C

Câu 4. B **Câu 5.** B **Câu 6.** C.

II. Tự luận

Bài 1. a) Dấu hiệu : Số cân nặng của mỗi bạn trong lớp.

Lập bảng "tần số" :

Số cân nặng (x)	28	30	31	32	36	45
Tần số (n)	3	3	5	6	2	1

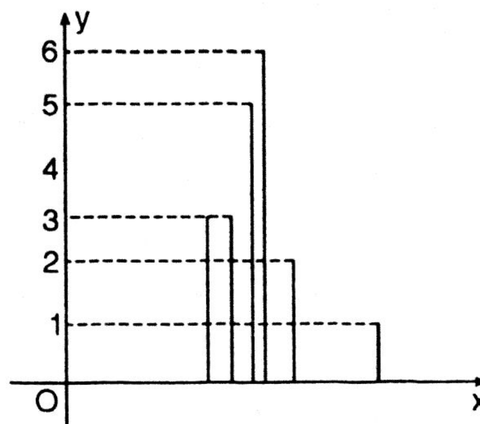
Nhận xét :

- Có 20 giá trị trong đó có 6 giá trị khác nhau.
- Số cân nặng thấp nhất là 28kg.
- Số cân nặng cao nhất là 45kg.
- Giá trị có tần số cao nhất là 32.
- Số cân 31kg và 32kg chiếm tỉ lệ cao.

b) $\overline{X} = \dfrac{28.3 + 30.3 + 31.5 + 32.6 + 36.2 + 45.1}{20} \approx 32$

$M_0 = 32$

c)



Bài 2. a) $P(x) = x^5 - 3x^2 + 7x^4 - 9x^3 + x^2 - x$

$P(x) + x^5 - 2x^2 + 7x^4 - 9x^3 - x$

$P(x) = x^5 + 7x^4 - 9x^3 - 2x^2 - x$

$Q(x) = 5x^4 - x^5 + x^2 - 2x^3 + 3x^2 - 1$

$Q(x) = 5x^4 - x^5 + 4x^2 - 2x^3 - 1$

$Q(x) = -x^5 + 5x^4 - 2x^3 + 4x^2 - 1$

b)
$$
\begin{array}{rl}
 & P(x) = x^5 + 7x^4 - 9x^3 - 2x^2 - x \\
+ & Q(x) = -x^5 + 5x^4 - 2x^3 + 4x^2 - 1 \\
\hline
 & P(x) + Q(x) = 12x^4 - 11x^3 + 2x^2 - x - 1
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{rl}
 & P(x) = x^5 + 7x^4 - 9x^3 - 2x^2 - x \\
- & Q(x) = -x^5 + 5x^4 - 2x^3 + 4x^2 - 1 \\
\hline
 & P(x) - Q(x) = 2x^5 + 2x^4 - 7x^3 - 6x^2 - x + 1
\end{array}
$$

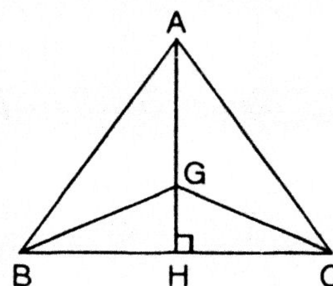
c) $P(0) = 0^5 + 7.0^4 - 9.0^3 - 2.0^2 - 0 = 0$

$\Rightarrow x = 0$ là nghiệm của đa thức P()

$Q(0) = -0^5 + 5.0^4 - 2.0^3 + 4.0^2 - 1 = -1$

$\Rightarrow x = 0$ không là nghiệm của đa thức Q(x).

Bài 3. a) Xét ΔAHB ($\widehat{AHB} = 90^o$)



và ΔAHC ($\widehat{AHC} = 90^o$) có :

AB = AC (ΔABC cân tại A)

AH (cạnh chung)

Do đó $\Delta AHB = \Delta AHC$ (cạnh huyền - cạnh góc vuông)

Từ đó suy ra :

$BH = HC, \widehat{BAH} = \widehat{CAH}$

Vậy AH cũng là đường trung tuyến, đường trung trực, đường phân giác của tam giác ABC.

b) Ta có : $BH = \dfrac{BC}{2} = 3$ (cm)

ΔABH vuông tại H, theo định lí Py-ta-go ta có :

$AH^2 + BH^2 = AB^2$

$AH^2 + 3^2 = 5^2$

$AH^2 = 5^2 - 3^2$

$AH^2 = 16$

$AH = 4$ (cm)

c) ΔABC có AH là đường trung tuyến và G là trọng tâm tam giác ABC

$\Rightarrow$ G thuộc AH

$\Rightarrow$ A, G, H thẳng hàng.

d) Xét ΔABG và ΔACG có :

AB = AC (ΔABC cân tại A),

AG (cạnh chung)

$\widehat{BAG} = \widehat{CAG}$ (cmt)

Do đó $\Delta ABG = \Delta ACG$ (c.g.c)

$\Rightarrow$ $\widehat{ABG} = \widehat{ACG}$ (cặp góc tương ứng)

MỤC LỤC

PHẦN ĐẠI SỐ

Chương III. THỐNG KÊ

Chương IV. BIỂU THỨC ĐẠI SỐ

PHẦN HÌNH HỌC

Chương III. QUAN HỆ GIỮA CÁC YẾU TỐ TRONG TAM GIÁC. CÁC ĐƯỜNG ĐỒNG QUY TRONG TAM GIÁC

NHÀ XUẤT BẢN ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI

16 Hàng Chuối - Hai Bà Trưng - Hà Nội

Điện thoại : (04) 3972 4852; (04) 3972 4770 - Fax : (04) 3971 4899

Chịu trách nhiệm xuất bản :

Giám đốc : **PHÙNG QUỐC BẢO**

Tổng biên tập : **PHẠM THỊ TRÂM**

Biên tập : Hoàng Đức

Sửa bài : Đặng Thị Bình

Trình bày : Diệu Tâm

Trình bày bìa : Công ty Sách Hoa Hồng

Đối tác liên kết xuất bản : Công ty Sách Hoa Hồng

GIẢI BÀI TẬP TOÁN 7 - Tập hai

Mã số : 1L-66 ĐH2009

In 5000 cuốn, khổ 16 × 24cm tại Công ty In Hoa Mai. Số xuất bản: 253-2009/CXB/20-41/ĐHQGHN, ngày 25/03/2009. Quyết định xuất bản số : 66 LK-TN/XB. In xong và nộp lưu chiểu quý II năm 2009.